

**NIVEL DE RAZONAMIENTO GEOMÉTRICO Y DOMINIO METODOLÓGICO
DE ACUERDO A LA TEORÍA DE VAN HIELE-GELDOF (1957) Y VAN HIELE
(1984) EN MAESTROS DE MATEMÁTICAS, SEGÚN SU NIVEL ESCOLAR**

Por

Pedro Juan Rosa De Jesús

Disertación Doctoral sometida al Programa Doctoral en Educación del Recinto de San
Germán de la Universidad Interamericana de Puerto Rico para optar por el grado de
Doctor en Educación con especialidad en Currículo y Enseñanza

21 de mayo de 2020

**NIVEL DE RAZONAMIENTO GEOMÉTRICO Y DOMINIO METODOLÓGICO
DE ACUERDO A LA TEORÍA DE VAN HIELE-GELDOF (1957) Y VAN HIELE
(1984) EN MAESTROS DE MATEMÁTICAS, SEGÚN SU NIVEL ESCOLAR**

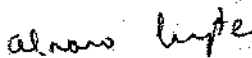
Nosotros, los miembros del Comité de Disertación Doctoral y del Comité de Defensa del estudiante Pedro Juan Rosa De Jesús, certificamos que la investigación sometida por éste cumple con los requisitos para las disertaciones doctorales establecidas por el Programa Doctoral en Educación del Recinto de San Germán de la Universidad Interamericana de Puerto Rico y, para que así conste, firmamos certificando la aprobación de la misma.

Aprobada: jueves, 21 de mayo de 2020

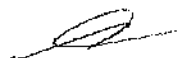
Fecha



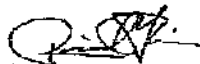
Dra. Elba T. Irizarry Ramírez, Presidenta del Comité



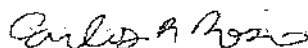
Dr. Alvaro Lécompte Montes, Miembro del Comité



Dr. Santos Lisboa Medina, Miembro del Comité



Dr. Richard Mercado Rivera, Lector de Defensa



Dr. Carlos R. Rosario Pérez, Lector de Defensa

Dra. Mary L. Martínez Aldebol, Coordinadora
Programa Graduado en Educación

Fecha

Dra. Miriam Padilla Camacho, Directora
Departamento de Educación y Educación Física

Fecha

Dra. Zulma Quiñones Howell, Directora
Escuela de Estudios Graduados e Investigación

Fecha

Dra. Nyvia I. Alvarado Rodríguez
Decana de Asuntos Académicos

Fecha

Certificación de autoría

Yo, Pedro Juan Rosa De Jesús, certifico que la disertación doctoral titulada: *Nivel de razonamiento geométrico y dominio metodológico de acuerdo a la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) en maestros de Matemáticas, según su nivel escolar*, la cual presento como requisito para optar por el grado de Doctor en Educación en Currículo y Enseñanza del Recinto de San Germán de la Universidad Interamericana de Puerto Rico, es el producto de mi labor investigativa. Asimismo, doy fe que este trabajo es uno original e inédito.

Pedro J. Rosa De Jesús

Pedro J. Rosa De Jesús

Prólogo

Agradecimiento

Agradezco a Dios por el regalo de la vida, la salud y por la oportunidad de estudiar para poder llegar a esta etapa de mis estudios universitarios. Sin Dios esto no hubiera sido posible. “He combatido el buen combate, he terminado mi carrera, he conservado la fe”. ¡Gracias Dios!

Agradezco a la Dra. Elba T. Irizarry Ramírez, presidenta del Comité de Disertación Doctoral, por haberme aceptado como su aprendiz en el curso de *Seminario de Investigación*, el cual me permitió refinar lo que empezó como un proyecto de investigación y culminó en la presente disertación doctoral. Gracias por toda su confianza, experiencia, paciencia y sabiduría compartida durante todo este proceso. Agradezco a todos los profesores y compañeros de estudio, quienes fueron parte de mi formación doctoral en Educación.

Agradezco al Comité de Disertación Doctoral por compartir conmigo sus recomendaciones, sabiduría y sugerencias durante este proceso. A los lectores de esta Disertación, por todas sus recomendaciones. Al panel de expertos, por la traducción del instrumento, su evaluación y validación. Al Prof. Lester Torres Rivera, por toda su ayuda en las pruebas estadísticas realizadas en este trabajo.

Agradezco a todos los directores y maestros participantes del Programa MSP de la Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recintos de Barranquitas, Metropolitano, Ponce y San Germán quienes aceptaron ser parte de esta investigación. Al Dr. Gary A. Castro Cabrera, por su amistad, consejos, disponibilidad y tiempo.

Agradezco a mi esposa Ginette y a mis hijos, Pedro Alejandro y Andrea Isabel por su apoyo, comprensión, paciencia, tiempo y sacrificio durante este proceso. No fue tarea fácil, pero aquí está la recompensa. ¡Gracias por ser parte de esta aventura!

Agradezco a mis padres, Pedro y Ginette, por sus consejos, su preocupación y su sacrificio. A mis hermanos, Gini, Clari, Daniel y Sharleen gracias por todo el apoyo de siempre. Este logro también es de ustedes. A mis suegros y cuñada, por estar preocupados por mí durante este proceso.

Dedicatoria

Esta Disertación Doctoral está dedicada en su totalidad al amor de mi vida: a mi esposa Ginette. Mi amor: tu ayuda, apoyo, consejos, fortaleza y guía durante este proceso fueron valorados y apreciados; A mis hijos, Pedro Alejandro y Andrea Isabel: por ser mi motivación y razón de lucha. Esta disertación es de ustedes y para ustedes. ¡Gracias!

Resumen

En este estudio se determinó el nivel de razonamiento geométrico y el dominio metodológico de las etapas según la Teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) en maestros de Matemáticas. También se determinó si existía relación entre el nivel de razonamiento geométrico y el nivel de dominio metodológico de los maestros de Matemáticas y se diferenció según el nivel escolar. El marco teórico del estudio se fundamentó en la teoría de los niveles de razonamiento geométrico de Dina van Hiele-Geldof (1957) y Pierre Marie van Hiele (1984), el modelo de las cinco etapas de actividades mentales en la adquisición directa de destrezas de Stuart E. Dreyfus y Hubert L. Dreyfus (1980) y la teoría de Andragogía de Malcolm S. Knowles (1980).

El diseño del estudio fue no experimental, transeccional y de alcance descriptivo-correlacional. La muestra, por conveniencia y disponibilidad, fue de 15 maestros del nivel elemental y 16 maestros del nivel intermedio de escuelas públicas y privadas de Puerto Rico. Se administró la *Prueba de Geometría de van Hiele* (Usiskin, 1982), traducida por el investigador y validada por un grupo de expertos en el área de lingüística en inglés, español y de matemáticas con previa autorización. Para el análisis de datos, se utilizó la estadística descriptiva para calcular frecuencia, el por ciento, la media aritmética, la mediana, la moda y la desviación estándar. Como estadística inferencial se utilizó el coeficiente Ro de Spearman y la Prueba U de Mann-Whitney.

Las conclusiones del estudio fueron los siguientes: 1) La mayoría de los maestros de Matemáticas participantes del estudio demostraron tener un nivel de razonamiento geométrico de Visualización (nivel 0) y Análisis (nivel 1), según la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). 2) La mayoría de los maestros de Matemáticas participantes del estudio mostraron tener un dominio metodológico de fracaso de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). Su dominio metodológico promedio fue de 27.774%. 3) Se encontró una relación estadística significativa positiva y débil ($p < 0.05$) entre el nivel de razonamiento geométrico y el dominio metodológico de la Teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) en los maestros de Matemáticas participantes. 4) No se encontró una diferencia estadísticamente significativa ($p < 0.05$) en el nivel de razonamiento geométrico, según el nivel de enseñanza. 5) No se encontró una diferencia estadísticamente significativa ($p < 0.05$) en el dominio metodológico de la Teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), según el nivel de enseñanza de los maestros de Matemáticas participantes.

Se recomendó repetir el estudio con una muestra mayor de maestros. También, llevar a cabo el estudio con estudiantes del nivel elemental y secundario para ser comparados con el dominio de razonamiento geométrico de sus maestros de Matemáticas.

Tabla de Contenido

Página de aprobación	<i>ii</i>
Certificación de autoría	<i>iii</i>
Prólogo	<i>iv</i>
Resumen	<i>v</i>
Tabla de contenido	<i>vi</i>
Índice de tablas	<i>viii</i>
Índice de ilustraciones	<i>x</i>
Índice de apéndices	<i>xi</i>

Capítulo I. Introducción: Planteamiento del Problema de Investigación 1

Antecedentes	<i>1</i>
Problema de investigación	<i>10</i>
Propósito del estudio	<i>15</i>
Justificación	<i>16</i>
Marco teórico	<i>18</i>
Definiciones operacionales o términos del estudio	<i>28</i>

Capítulo II. Revisión de la Literatura 34

Teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984)	<i>34</i>
Metodología de enseñanza y aprendizaje de la Geometría	<i>77</i>
Preparación académica de maestros de Matemáticas en Puerto Rico	<i>96</i>
Recapitulación crítica	<i>119</i>

Capítulo III. Método 122

Diseño de investigación	<i>122</i>
Participantes del estudio	<i>123</i>
Instrumentos de medición	<i>128</i>
Procedimiento de recopilación de datos	<i>132</i>
Análisis estadísticos	<i>134</i>

Capítulo IV. Resultados 136

Primera pregunta de investigación	<i>136</i>
Segunda pregunta de investigación	<i>143</i>
Tercera pregunta de investigación	<i>151</i>
Cuarta pregunta de investigación	<i>154</i>
Quinta pregunta de investigación	<i>157</i>
Resumen de los hallazgos	<i>160</i>

Capítulo V. Discusión 166

Conclusiones	166
Discusión de los hallazgos	167
Limitaciones metodológicas de la investigación	199
Recomendaciones para los programas de capacitación de maestros de Matemáticas	199
Recomendaciones para futuras investigaciones	200
Referencias	201
Apéndices	212

Índice de Tablas

- Tabla 1.** *Candidatos a maestros que aprobaron y no aprobaron la Prueba de Especialidad en Matemáticas 2007 al 2018 (Nivel de Puerto Rico)* 13
- Tabla 2.** *Puntuaciones de Geometría/Medición de las Pruebas de Matemáticas (Nivel de Puerto Rico)* 13
- Tabla 3.** *Puntos ponderados otorgados por criterios alcanzados en las preguntas* 30
- Tabla 4.** *Identificación del nivel alcanzado por medio de la suma ponderada* 30
- Tabla 5.** *Muestra de maestros de Matemáticas que participaron del programa MSP en la Universidad Interamericana de Puerto Rico* 124
- Tabla 6.** *Partes del instrumento de medición, sus escalas y reactivos (ítems)* 130
- Tabla 7.** *Calendario del procedimiento de la investigación* 134
- Tabla 8.** *Preguntas de investigación, pruebas estadísticas y gráficas* 135
- Tabla 9.** *Nivel de razonamiento geométrico de los maestros de Matemáticas participantes, según la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), $n = 31$* 137
- Tabla 10.** *Nivel de razonamiento geométrico de los maestros de Matemáticas del nivel elemental participantes, según la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), $n = 15$* 139
- Tabla 11.** *Nivel de razonamiento geométrico de los maestros de Matemáticas del nivel intermedio participantes según la teoría de van Hiele-Geldof (1957 y van Hiele (1984), $n = 16$* 141
- Tabla 12.** *Dominio metodológico de los maestros de Matemáticas participantes, de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), $n = 31$* 143
- Tabla 13.** *Interpretación de resultados del dominio metodológico de los maestros de matemáticas participantes, de la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), $n = 31$* 145
- Tabla 14.** *Dominio metodológico de los maestros de Matemáticas del nivel elemental, de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), $n = 15$* 145

- Tabla 15.** *Interpretación de resultados del dominio metodológico de los maestros de Matemáticas del nivel elemental participantes, de la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), n = 15 146*
- Tabla 16.** *Dominio metodológico de los maestros de Matemáticas del nivel intermedio, de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), n =16 147*
- Tabla 17.** *Interpretación de resultados del dominio metodológico de los maestros de Matemáticas del nivel intermedio participantes, de la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), n = 16 148*
- Tabla 18.** *Datos descriptivos correspondientes al dominio metodológico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) 149*
- Tabla 19.** *Relación entre el nivel de razonamiento geométrico de van Hiele (1984) y van Hiele-Geldof (1957) y su dominio metodológico de los maestros de Matemáticas 152*
- Tabla 20.** *Prueba no paramétrica U de Mann-Whitney sobre el razonamiento geométrico de los maestros de Matemáticas según la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), de acuerdo al nivel escolar 154*
- Tabla 21.** *Prueba no paramétrica U de Mann-Whitney sobre el dominio metodológico de los maestros de Matemáticas de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), de acuerdo al nivel escolar 157*

Índice de Ilustraciones

Figuras

- Figura I.* Modelo del marco teórico 28
- Figura II.* Nivel de razonamiento geométrico de maestros de Matemáticas participantes, según la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), $n = 31$ 138
- Figura III.* Nivel de razonamiento geométrico de maestros de Matemáticas del nivel elemental participantes, según la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), $n = 15$ 140
- Figura IV.* Nivel de razonamiento geométrico de maestros de Matemáticas del nivel intermedio participantes, según la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), $n = 16$ 142
- Figura V.* Relación entre el razonamiento geométrico, según la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) y el dominio metodológico de los niveles 153
- Figura VI.* Rango sobre el nivel de razonamiento geométrico, según la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), de acuerdo al nivel escolar 155
- Figura VII.* Rango sobre el dominio metodológico de la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), según el nivel escolar 158

Índice de Apéndices

- Apéndice A.** *Van Hiele Geometry Test* (Usiskin, 1982) y clave 212
- Apéndice B.** Instrumento de medición *Prueba de Geometría de van Hiele* y clave 225
- Apéndice C.** Autorización de los Rectores de la Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recintos de Barranquitas, Metropolitano y Ponce participantes del Programa MSP 240
- Apéndice D.** Hoja informativa incluida en el instrumento de medición *Prueba de Geometría de van Hiele* 244
- Apéndice E.** Certificaciones del curso aprobado en el CITI 246
- Apéndice F.** Protocolo de la Universidad Interamericana de Puerto Rico para casos de emergencia por desastres naturales o de otra índole 251
- Apéndice G.** Carta de aprobación de la Junta de Revisión Institucional de la Universidad Interamericana de Puerto Rico 295
- Apéndice H.** Solicitud de autorización para traducir y utilizar el *van Hiele Geometry Test* y la respuesta del autor 298
- Apéndice I.** Validación de la traducción del instrumento de medición por expertos del Departamento de Lenguas y Literaturas de la Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recinto de San Germán 301
- Apéndice J.** Validación del instrumento de medición por expertos en Matemáticas 305
- Apéndice K.** Prueba Piloto *Prueba de Geometría de van Hiele* y clave 309
- Apéndice L.** Solicitud de autorización para la Prueba Piloto y respuesta del Recinto de San Germán de la Universidad Interamericana de Puerto Rico 323
- Apéndice M.** Hoja informativa incluida en la Prueba Piloto 327
- Apéndice N.** Datos descriptivos correspondientes al dominio metodológico de los maestros de Matemáticas de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) 329
- Apéndice O.** Taller: Teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) en la enseñanza de la Geometría 332

Capítulo I.

Introducción: Planteamiento del Problema de Investigación

El propósito de este estudio fue determinar y relacionar el nivel de razonamiento geométrico y el dominio metodológico, según la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) en maestros de Matemáticas y diferenciarlos según su nivel escolar. En este capítulo se presentan los antecedentes, el problema de investigación, el propósito del estudio, su justificación, el marco teórico y las definiciones operacionales o términos del estudio.

Antecedentes

Según Denis (1996), los educadores holandeses Pierre van Hiele (1957, 1984) y Dina van Hiele-Geldof (1957) desarrollaron una teoría de conocimiento que se aplica específicamente al campo de la enseñanza geométrica. De acuerdo con dicha teoría, el estudiante, con la ayuda de experiencias apropiadas de enseñanza, pasa por cinco niveles de razonamiento geométrico. Comienza reconociendo las figuras como un todo (nivel 0), continúa con el descubrimiento de las propiedades de las figuras (nivel 1) y el razonamiento informal de estas figuras y sus propiedades (nivel 2). Luego, culmina en un estudio riguroso de la Geometría axiomática (niveles 3 y 4). Esta teoría es importante porque ofrece detalles sobre las características del razonamiento utilizado por el pensante cuando éste se encuentra a diferentes niveles y se desarrolla en el contexto específico de la Geometría. Esta teoría es una teoría de aprendizaje y desarrollo de razonamiento de la Geometría (Denis, 1996). A continuación, se presentan investigaciones relacionadas con

la teoría de los niveles de razonamiento geométrico de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) y maestros. Éstas se incluyen en orden cronológico ascendente.

Swafford, Jones y Thornton (1997) examinaron los efectos en la instrucción de un programa de intervención diseñado para aumentar el conocimiento de la Geometría de los maestros y su entendimiento en las investigaciones sobre el aprendizaje de los estudiantes de dicha disciplina académica. Los resultados de la preprueba y la posprueba mostraron que los maestros ganaron significativamente conocimiento en el contenido geométrico y en los niveles de van Hiele. En las observaciones de seguimiento realizadas en algunos maestros se encontraron cambios marcados en lo que los maestros enseñaron, cómo enseñaron y sus características docentes. Los cambios se atribuyeron al aumento del conocimiento geométrico y las investigaciones del aprendizaje de la Geometría en los estudiantes (Swafford, Jones y Thornton, 1997).

Knight (2006) realizó, en el estado de Maine, EE. UU., un estudio con 68 maestros de Matemáticas de preservicio, 46 del nivel elemental y 22 del nivel secundario. La investigadora encontró que los maestros de Matemáticas de preservicio del nivel elemental, en cuanto a etapas de razonamiento geométrico, estaban por debajo del tercer nivel de la teoría de los niveles de van Hiele (deducción), mientras que los maestros de preservicio del nivel secundario estaban por debajo del cuarto nivel (rigor). Los resultados fueron sorprendentes porque los niveles de van Hiele en los maestros estaban más bajos que el nivel esperado de los estudiantes que completan el octavo y el duodécimo grado, respectivamente. Entre las recomendaciones que sugirió la autora, se encuentran: 1) instrucción adicional que provea a los maestros el alcance del

entendimiento en los niveles de abstracción y deducción formal en los niveles elemental y secundario, respectivamente, para que puedan obtener éxito en los cursos que imparten, y 2) los educadores que preparan a estudiantes de nivel elemental e intermedia deben obtener la experiencia y el entendimiento necesario para que puedan servir como maestros y mentores (Knight, 2006).

Un estudio de dos años llevado a cabo por van der Sandt (2007) en Suráfrica, tuvo el propósito de determinar el conocimiento de maestros de preservicio ($n = 224$), maestros en servicio ($n = 18$) y estudiantes ($n = 123$) de Geometría de séptimo grado usando la teoría de van Hiele (1957, 1984) y las escalas de adquisición (ninguno, bajo, intermedio, alto y completo) de Gutiérrez, Jaime y Fortuny (1991). Los resultados indicaron que los maestros de preservicio y los maestros en servicio de Geometría fallaron en alcanzar el nivel de pensamiento geométrico esperado (Nivel 3 - deducción) y el grado de adquisición (alto o completo). Encontró que los estudiantes tenían un grado de adquisición bajo y no hubo ganancia de conocimiento en el nivel 3 (deducción) de van Hiele (van der Sandt, 2007).

Según van der Sandt (2007), el programa de preparación de maestros de preservicio en el Colegio de Educación de la provincia Noroeste de Suráfrica no impactó de manera significativa en los maestros de preservicio. No se mantuvo la adquisición del nivel de pensamiento geométrico alcanzado a través de la instrucción, ni se impactó de manera positiva en el nivel de pensamiento geométrico ya adquirido por los maestros de preservicio. El estudio recomendó un programa de educación de maestros a largo plazo

que incorporara ambientes de aprendizaje constructivos que permitieran a los maestros readquirir el conocimiento olvidado y ganar nuevo conocimiento (van der Sandt, 2007).

Otro estudio efectuado fue el de Halat (2008a) en Turquía, el cual tuvo el propósito de determinar las etapas de razonamiento de los maestros en servicio de Matemática en los niveles intermedio y superior en Geometría, según el género. La muestra del estudio consistió en 148 maestros. Las etapas de razonamiento geométrico de los participantes fueron determinadas a través de una prueba de Geometría de selección múltiple, el *van Hiele Geometry Test*, desarrollada por Usiskin (1982). El estudio demostró que los maestros de los niveles intermedio y superior mostraron todos los niveles de van Hiele: visualización, análisis, abstracción, deducción y rigor. El estudio también evidenció que no hubo diferencias en términos de etapas de razonamiento promedio entre los maestros en servicio del nivel intermedio y los del nivel superior. Tampoco se encontraron diferencias por razón de género con respecto a los niveles de pensamiento geométrico (Halat, 2008a).

Halat (2008b) llevó a cabo otro estudio en Turquía cuya meta fue encontrar y comparar las etapas de razonamiento en Geometría de maestros de preservicio de escuela elemental y maestros de Matemáticas de escuela secundaria. Participaron 281 maestros de preservicio, 125 maestros de escuela elemental y 156 maestros de Matemáticas de secundaria. El investigador, una vez más, empleó una prueba de Geometría de selección múltiple, el *van Hiele Geometry Test*, desarrollada por Usiskin (1982). El estudio encontró que no había diferencia estadísticamente significativa en las etapas de razonamiento entre los maestros de preservicio de escuela elemental y los maestros de

Matemática de escuela secundaria. No se encontró una diferencia estadísticamente significativa en los niveles de van Hiele entre maestros de Matemáticas de secundaria de preservicio masculinos y femeninos. Tampoco hubo diferencias de género entre maestros de escuela elemental de preservicio (Halat, 2008b).

Lin, Luo, Lo y Yang (2011) compararon el conocimiento y los niveles en Geometría de maestros de preservicio de nivel elemental de Estados Unidos y los maestros de preservicio de Taiwán. En dicho estudio, participaron 40 maestros de preservicio de Taiwán y 48 maestros de preservicio de los Estados Unidos. Al comienzo de su programa de educación para maestros, completaron el *Entering Geometry Test* de van Hiele y el *van Hiele Geometry Test*, ambos desarrollados por Usiskin (1982). Los hallazgos del estudio indicaron que el grupo de maestros de Taiwán obtuvo una puntuación promedio más alta en la prueba y alcanzó niveles de van Hiele más altos que el grupo de maestros de Estados Unidos. De acuerdo con el estudio, los maestros de preservicio de Taiwán tienen un mejor entendimiento de la Geometría que el grupo de maestros de Estados Unidos al inicio de sus programas de educación para maestros (Lin, et al., 2011).

Reyhani, Iman Jome, Saleh Sedghboor y Moradi Veise (2011) llevaron a cabo un estudio en Irán cuyo propósito era determinar el conocimiento de la Geometría en maestros de Matemáticas basado en el modelo de razonamiento geométrico de van Hiele. Participaron en el estudio 38 maestros de Matemáticas de preservicio y 12 en servicio. Los hallazgos demostraron que los participantes habían pasado por el tercer nivel (deducción) de la teoría de los niveles de van Hiele, pero no habían alcanzado el cuarto

nivel (rigor). De acuerdo con los investigadores, los maestros deben adquirir el cuarto nivel de la teoría. Concluyeron que el curso de Geometría en el programa para preparar maestros de Matemáticas no ofreció suficiente conocimiento profesional para los maestros de preservicio y servicio (Reyhani, et al., 2011).

Karrass (2012), en su disertación doctoral en Nueva York, EE. UU., investigó la relación entre el razonamiento diagramático y el conocimiento geométrico de maestros de Matemáticas de preservicio. A un grupo de voluntarios se les presentaron unas pruebas visuales de algunos teoremas tomados del currículo de Matemáticas de escuela superior, en el último semestre del programa de preparación para maestros. Se les pidió que explicaran o probaran esos teoremas por medio del razonamiento. Los resultados fueron analizados con relación a los niveles de razonamiento de van Hiele. El estudio encontró que los participantes con niveles de van Hiele altos tenían mayor destreza en el reconocimiento de teoremas visuales y de probarlos. También se encontró una correspondencia entre las destrezas de razonamiento diagramáticos de los participantes y algunos comportamientos atribuidos a los niveles de van Hiele (Karrass, 2012).

Klein (2012), en su disertación doctoral en Kentucky, EE. UU., exploró las creencias de la eficacia de los maestros de Matemáticas de secundaria, el conocimiento geométrico para la enseñanza y la complejidad cognitiva de las prácticas de los maestros en la sala de clases. Participaron 72 maestros en el estudio. El proyecto *Geometry Assessment for Secondary Teachers* (GAST) administró los instrumentos de avalúo para obtener el conocimiento geométrico de los maestros al principio y al final del año escolar. También se obtuvo información cognitiva de lecciones a través de tres observaciones

hechas en la sala de clases. El logro de los estudiantes se midió al final del curso usando un instrumento de avalúo modificado de Geometría, junto una prueba de preparación geométrica como covariable. La información de la eficacia del maestro se obtuvo a través de una encuesta en línea al finalizar el proyecto GAST. Para el análisis de los datos se utilizó correlación, regresión múltiple y técnicas de modelaje lineal. El estudio determinó que el nivel cognoscitivo de la práctica de los maestros predecía significativamente el logro de los estudiantes (Klein, 2012).

Stols (2012) realizó un estudio en Suráfrica, donde investigó el crecimiento cognitivo geométrico de maestros de Matemáticas de preservicio, en términos de la teoría de los niveles de van Hiele (1986). El estudio se llevó a cabo en un ambiente tecnológico enriquecido, contario al de aquellos maestros de preservicio, cuyo ambiente de aprendizaje no incluía tecnología. El diseño del estudio fue cuasi experimental, de comparación de grupo, no equivalente. El contenido del curso de Geometría fue similar en el grupo control y en el experimental. Ambos grupos trabajaron problemas y actividades geométricas, pero en el grupo experimental se integró un *software* geométrico dinámico. Para determinar los niveles de pensamiento geométrico de los maestros de preservicio, se administró el *van Hiele Geometry Test* (Usiskin, 1982), antes y después del curso. En el estudio, se encontró que el uso de un *software* geométrico dinámico aumentó los niveles de visualización, análisis y deducción de los maestros, pero no su habilidad para justificar su razonamiento ni de entender aspectos formales del nivel de deducción (Stols, 2012).

Finalmente, en los antecedentes se encontraron cuatro estudios en Puerto Rico que

se relacionan directamente con la teoría de los niveles de razonamiento geométrico de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). Dos de éstos fueron efectuados por Denis (1987) y Velázquez (1990). En el primer estudio, Denis (1987) relacionó el estado de desarrollo cognitivo y el nivel de pensamiento geométrico según van Hiele (1957, 1984) y van Hiele-Geldof (1957). Los resultados del estudio fueron los siguientes: 1) los niveles de van Hiele son jerárquicos a través de las etapas de desarrollo de Piaget; 2) los estudiantes pueden estar en diferentes niveles de van Hiele para diferentes conceptos geométricos y 3) hubo diferencias significativas entre el nivel de van Hiele más alto alcanzado por los sujetos y las etapas de desarrollo según Piaget (Denis, 1987).

En el segundo estudio, Velázquez (1990) diseñó y validó una prueba escrita para medir el nivel de pensamiento geométrico, según van Hiele (1986), en estudiantes de escuela superior. En éste, encontró lo siguiente: 1) Luego de varias revisiones, los expertos en Matemáticas determinaron que la prueba tenía validez de contenido para cada concepto geométrico; 2) En cada concepto geométrico se obtuvo un coeficiente alto de correlación; 3) La mayoría de los estudiantes se encontraban en el nivel 3 de la teoría de los niveles de razonamiento geométrico de van Hiele (1986), para los tres conceptos geométricos y 4) Algunos estudiantes se encontraban en diferentes niveles para diferentes conceptos geométricos (Velázquez, 1990).

El tercer estudio, realizado por Lara Coto (2007), relacionó la aplicación de la teoría van Hiele (1986) en la enseñanza de funciones y sus gráficas (Álgebra intermedia). El diseño del estudio fue cuasi-experimental. La muestra del estudio contó con 49 estudiantes en el grupo control y 50 en el grupo experimental. El grupo experimental

recibió enseñanza con actividades educativas alineadas con el modelo de van Hiele, mientras que el grupo control recibió enseñanza tradicional. Todos los estudiantes tomaron un taller sobre el uso de la calculadora TI-83, previo al inicio del tratamiento.

Los estudiantes completaron una preprueba de escala de actitudes hacia las Matemáticas, diseñada por Auzmendi (1992). Para la evaluación de los conocimientos previos de los estudiantes en Matemáticas, se utilizó los resultados de la prueba de aprovechamiento admitistrada por el College Board. Finalizado el tratamiento, se administró la posprueba sobre actitudes y el tercer examen del curso que corresponde al tema de funciones y sus gráficas.

Para el análisis de los datos se utilizó la prueba t y el análisis de covarianza ANCOVA. Se encontró en el estudio que el uso del modelo de van Hiele (1986) ayudó al estudiante en el aprendizaje de las funciones y sus gráficas. De igual manera, el modelo de van Hiele (1986) generó motivación en los estudiantes para estudiar Matemáticas (Lara Cotto, 2007).

En un cuarto estudio, Lisboa Medina (2010), utilizó la teoría de van Hiele (1986) con el propósito de construir unos módulos matemáticos que aportaran un método o estrategia de enseñanza definido de intervención. Mediante el uso de los módulos, se pretendía alcanzar el nivel tres de la teoría de van Hiele (deducción informal o abstracción). El autor relacionó la autoeficacia y la percepción hacia las Matemáticas y el aprovechamiento académico de estudiantes de undécimo grado, según el género.

La variable de aprovechamiento matemático en el tema de los cuadriláteros se midió con el instrumento *Prueba de Matemática para Medir las Destrezas y Conceptos*

Relacionados con los Cuadriláteros. Dicho instrumento, creado por el autor, integró la teoría de van Hiele. La variable de auto eficacia se midió con el instrumento *Módulo sobre Cuadriláteros que integra el Modelo de van Hiele y las Fuentes de Auto eficacia*, creado por el autor, también integra la teoría de van Hiele (Lisboa Medina, 2010).

Se encontró en el estudio lo siguiente: 1) la percepción de *autoeficacia* hacia las Matemáticas en los estudiantes del grupo experimental fue mayor al final del estudio; 2) se evidenció un aumento en el aprovechamiento matemático en los estudiantes del grupo control y experimental; 3) se evidenció una relación fuerte positiva en la percepción de autoeficacia hacia las Matemáticas y el aprovechamiento académico de los estudiantes en ambos grupos; 4) se encontró una diferencia estadísticamente significativa en la percepción de autoeficacia hacia las Matemáticas de los estudiantes con y sin tratamiento; 5) se encontró una diferencia estadísticamente significativa en el aprovechamiento de los estudiantes en ambos grupos; y 6) no se evidenció una diferencia estadísticamente significativa en la percepción de autoeficacia hacia las Matemáticas por razón de género.

Denis (1987), Velázquez (1990), Lara Cotto (2007) y Lisboa Medina (2010) utilizaron en su marco teórico la teoría de los niveles de razonamiento geométrico de van Hiele (1957, 1984, 1986) y van Hiele-Geldof (1957). Sin embargo, no iban dirigidos a los maestros de Geometría sino a los estudiantes. El nivel de razonamiento geométrico y el dominio metodológico según van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), por maestros según el nivel escolar, no se estudia en estas investigaciones en Puerto Rico.

Problema de investigación

El problema de investigación fue el siguiente: ¿Cuál es el nivel de razonamiento

geométrico y el dominio metodológico de los niveles según la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) en maestros de Matemáticas, según su nivel escolar? La necesidad del estudio se presenta a continuación.

Según el *Informe Institucional de Resultados PCMAS de la Universidad de Puerto Rico* (Universidad de Puerto Rico, 2011), las Pruebas para la Certificación de Maestros (PCMAS) fueron desarrolladas como respuesta a la preocupación e interés por mejorar la calidad de la educación en las escuelas del país mediante el reclutamiento de los maestros más capacitados. De acuerdo con el College Board, Oficina de Puerto Rico (2015a), uno de los requisitos para obtener el certificado regular de maestro del Departamento de Educación de Puerto Rico es la aprobación de un examen de competencias, según el *Reglamento sobre Certificación de Maestros del Departamento de Educación de Puerto Rico* (DEPR, 2012). Las PCMAS responden a esta necesidad, y constan de una Prueba General que incluye los conocimientos fundamentales y las competencias profesionales, y de las Pruebas de Especialidades que incluyen las materias de Español, Inglés, Matemáticas, Ciencias y Estudios Sociales/Historia (College Board de Puerto Rico, 2018).

De acuerdo con la Oficina del College Board de Puerto Rico (2015b), la prueba de especialización en Matemáticas se compone de seis ejercicios. El contenido se divide en las áreas de: Numeración y Operaciones (tema transversal), Estructuras Algebraicas (una pregunta), Relaciones y Funciones (dos preguntas), Geometría (euclidiana y analítica) (una pregunta), Medición y Análisis (una pregunta) y Estadísticas y Probabilidad (una pregunta). Cada ejercicio se evalúa mediante unas rúbricas. Estos

ejercicios se redactan por profesores universitarios expertos en la materia (College Board de Puerto Rico, 2015b).

Según el College Board, Oficina de Puerto Rico (2015b), el contenido de Geometría se incluye en esta prueba. Éste es el siguiente: 1) Componentes básicos de la Geometría euclidiana (rayo, recta, segmento, ángulo, polígono, círculo); 2) Congruencia y semejanza en la resolución de problemas; 3) Conceptos básicos de la Geometría analítica (sistema de coordenadas cartesianas, distancia y punto medio); 4) Problemas en los que se apliquen los conceptos de reflexión, rotación o traslación de figuras geométricas; 5) Teorema de Pitágoras; 6) Perímetro o área de un polígono o un círculo; 7) Volumen y área de superficie de figuras tridimensionales (esfera, prisma, cono, cilindro y pirámide); y 8) Solución de problemas utilizando propiedades de las rectas paralelas y perpendiculares, triángulos, polígonos y círculos.

La Tabla 1 presenta los resultados de aquellos candidatos que tomaron la Prueba de Especialidad de Matemáticas para los años 2007 al 2018, según el *Informe Institucional de la Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recinto de San Germán* (College Board, Oficina de Puerto Rico, 2016, 2018). Al examinar estos resultados, se puede apreciar que los resultados para la aprobación de éstas han sido inconsistentes a nivel de Puerto Rico, ya que, en los años 2008, 2010, 2013, 2014, 2015, 2016, 2017 y 2018 las pruebas fueron aprobadas satisfactoriamente (74%, 81%, 86%, 74%, 82%, 78%, 85% y 71%, respectivamente) pero, en los años 2007, 2009, 2011 y 2012, el número de candidatos que aprobaron las pruebas bajó (52%, 60%, 68% y 58%, respectivamente).

Tabla 1

Candidatos a maestros que aprobaron y no aprobaron la Prueba de Especialidad en Matemáticas 2007 al 2018 (Nivel de Puerto Rico)

Año	Aprobado	%	No aprobado	%	Total de candidatos
2007	106	52	96	48	202
2008	126	74	45	26	171
2009	91	60	60	40	151
2010	126	81	29	19	155
2011	74	68	35	32	109
2012	61	58	45	42	106
2013	108	86	17	14	125
2014	64	74	22	26	86
2015	51	82	11	18	62
2016	39	78	11	22	50
2017	39	85	7	15	46
2018	24	71	10	29	34

En la Tabla 2 se presentan los resultados del área de contenido de Geometría /Medición de la Prueba de Matemáticas a nivel de Puerto Rico (College Board, Oficina de Puerto Rico, 2016). Los resultados demuestran que el promedio de aprobación en las áreas de Geometría y Medición es muy bajo, ya que para el 2011 y 2013 el promedio fue de 58% y de 59%, mientras que en 2014 y 2015 fue de 60%.

Tabla 2

Puntuaciones de Geometría/Medición de la Prueba de Matemáticas (Nivel Puerto Rico)

Año	Total de candidatos	Promedio de puntuaciones	%
2011	106	46/80	58
2013	125	47/80	59
2014	86	48/80	60
2015	62	48/80	60

En el 2016, el área de contenido de Geometría y de Medición fue separada en la Prueba de Matemáticas. En ese año, el total de candidatos que tomaron la prueba fue de

50. El promedio de puntuaciones en el área de Geometría fue de 54 de 80, para un 67.5%. Estos resultados también demuestran que el promedio de aprobación fue bajo en Geometría.

Los Estándares Profesionales de los Maestros de Puerto Rico (DEPR, 2008), por otro lado, establecen que el conocimiento de la disciplina que un maestro enseña es esencial para lograr ser efectivo en las múltiples facetas de su función, que tienen como fin el mejor y mayor aprendizaje posible de los estudiantes. El maestro debe conocer y entender los conceptos, los procesos y las destrezas inherentes a su asignatura de acuerdo con el nivel que enseña y, además, debe considerar la manera en que ésta se enseña para propiciar un aprendizaje más relevante y efectivo en sus estudiantes. Asimismo, debe tener las nociones básicas de la naturaleza de la disciplina de la que emana su asignatura, que incluye el modo de obtener el conocimiento, su desarrollo histórico y los aspectos éticos, así como su aporte a la sociedad en el mundo contemporáneo (DEPR, 2008).

Por lo tanto, los programas de preparación de maestros deben proveer a los futuros maestros de Matemáticas las herramientas y destrezas necesarias para que éstos puedan dominar los conceptos matemáticos (Martínez Ortiz, 2009). De este modo, se contribuye a los estudiantes un buen aprendizaje en las Matemáticas. Así se podría reducir uno de los problemas relacionados con el aprendizaje en Matemáticas, que es el poco dominio de destrezas básicas. Si el docente tiene poco dominio en el razonamiento geométrico, entonces el estudiante también tendrá poco dominio (Klein, 2012). Por ello, es importante conocer si el maestro domina o no los conceptos, los procesos, las destrezas y los valores fundamentales de su asignatura de acuerdo con el nivel que enseña (DEPR,

2008), en este caso de Geometría, y los niveles de razonamiento según van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), tomando en cuenta las pocas investigaciones efectuadas al respecto en Puerto Rico (Denis, 1987; Velázquez, 1990; Lara Cotto, 2007 y Lisboa Medina, 2010).

Propósito del estudio

El propósito del estudio fue determinar y relacionar el nivel de razonamiento geométrico y el dominio metodológico de los niveles según la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) por maestros de Matemáticas y diferenciarlos según su nivel escolar. Las preguntas de investigación correspondientes son las siguientes:

1. ¿Cuál es el nivel de razonamiento geométrico en maestros de Matemáticas de acuerdo con la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984)?
2. ¿Cuál es el dominio metodológico en maestros de Matemáticas de los niveles de razonamiento geométrico según la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984)?
3. ¿Qué relación existe entre el nivel de razonamiento geométrico y el dominio metodológico en maestros de Matemáticas del nivel secundario de acuerdo a la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), $p < 0.05$?
4. ¿Existe diferencia significativa ($p < 0.05$) en el nivel de razonamiento geométrico según la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), de acuerdo con el nivel escolar de los maestros participantes?

5. ¿Existe diferencia significativa ($p < 0.05$) en el dominio metodológico de los niveles de razonamiento geométrico según la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), de acuerdo con nivel escolar de los maestros participantes?

Justificación

Este estudio se justifica con los criterios sugeridos por Hernández Sampieri, Fernández Collado y Baptista Lucio (2014). Éstos se presentan a continuación.

Conveniencia. Los resultados que se obtuvieron en el presente estudio pueden servir de base para estudios posteriores, más detallados y específicos, sobre el razonamiento geométrico y el dominio metodológico de los niveles de la teoría de razonamiento geométrico de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), por parte de los maestros de Matemáticas en Puerto Rico, según el nivel escolar. La literatura reveló que los estudios realizados que se identifican sobre el tema de investigación son escasos (Halat, 2008a; Halat, 2008b; Karrass, 2012; Klein, 2012; Knight, 2006; Lin, Luo, Lo y Yang, 2011; Reyhani, Iman Jome, Saleh Sedghboor y Moradi Veise, 2011; Stols, 2012; Swafford, Jones y Thornton, 1997 y van der Sandt, 2007). No se encontraron estudios en Puerto Rico que relacionen o estudien las variables mencionadas en el presente estudio en maestros (Denis, 1987; Lara Cotto, 2007; Lisboa Medina, 2010 y Velázquez, 1990).

Relevancia social. Los resultados del estudio pueden beneficiar los programas de preparación de maestros de Matemáticas en Puerto Rico. Éstos podrán entender la importancia del razonamiento geométrico de un maestro y la importancia del dominio metodológico de los niveles de tal razonamiento según la teoría de van Hiele-Geldof

(1957) y van Hiele (1984) y su aplicación en la clase de Geometría. Este dominio se espera que redunde en beneficio para los estudiantes en la comprensión y aplicación de los términos geométricos (Klein, 2012).

Implicaciones prácticas. Los resultados de este estudio permitirán crear adiestramientos para capacitar los maestros de Geometría en el razonamiento geométrico y en el dominio metodológico de la enseñanza de Geometría según la teoría de los niveles de razonamiento geométrico de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). Según el Departamento de Educación de Puerto Rico, citado por Martínez Ortiz (2009), se necesitan maestros capaces de manejar el contenido de las clases, debido a que el aprovechamiento académico de los estudiantes en las destrezas matemáticas es bajo, por lo que se requiere atención inmediata para poder impactar su calidad académica futura. La teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) permite a los maestros entender el pensamiento geométrico de sí mismos y de los estudiantes. Así podrán determinar qué actividades de enseñanza pueden ser apropiadas para ayudar a los estudiantes a entender los conceptos geométricos.

Valor teórico. El presente estudio obtuvo resultados sobre el razonamiento geométrico y el dominio metodológico de la teoría de los niveles de razonamiento geométrico de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), por parte de maestros puertorriqueños de nivel elemental e intermedio. Este estudio aportó hallazgos que ampliaron el conocimiento sobre la teoría de los niveles de razonamiento geométrico de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), ya existente. El estudio también presentó en sus resultados relaciones y diferencias entre las variables del estudio ya mencionadas.

Utilidad metodológica. Esta investigación es útil, pues provee un instrumento en español que mide la variable de razonamiento geométrico y la variable de dominio metodológico de los niveles de razonamiento geométrico de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). El instrumento original que se utilizó en esta investigación fue *The van Hiele Geometry Test* diseñado por Usiskin (1982) (Apéndice A). El instrumento fue traducido por el investigador y validado para su uso en Puerto Rico. Se nombra en español como la *Prueba de Geometría de van Hiele* (Apéndice B). Este instrumento mide el razonamiento geométrico y su segunda parte mide el dominio metodológico, el cual fue creado por el investigador y validado también para su uso en Puerto Rico. Ambos pueden ser útiles para otros estudios.

Marco teórico

El estudio se fundamentó en la teoría de los niveles de razonamiento geométrico de Dina van Hiele-Geldof (1957) y de Pierre Marie van Hiele (1984). El modelo de Stuart E. Dreyfus y Hubert L. Dreyfus (1980) fundamentó este estudio con las cinco etapas de actividades mentales en la adquisición directa de destrezas. Por último, también se incluye la teoría de Andragogía de Malcolm S. Knowles (1980). El marco teórico concluye con una síntesis donde se relacionan estas teorías y el modelo con las variables del estudio propuesto.

Teoría de los niveles de razonamiento geométrico de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). Esta teoría postula la existencia de cinco niveles en el razonamiento geométrico. Los niveles describen cómo los estudiantes razonan en Geometría, en especial con relación a las figuras geométricas. Los niveles son producto de la

experiencia y de la enseñanza, no el resultado de la edad, según Mason (1998). Las experiencias con las ideas geométricas deben ser suficientes para que puedan moverse a un nivel de satisfacción alto. Los niveles de razonamiento geométrico son los siguientes:

Nivel 0. Nivel Base o Visualización. En el nivel base de Geometría, las figuras son juzgadas por su apariencia. Se reconoce a un rectángulo por su forma y el rectángulo parece diferente a un cuadrado. Cuando se le muestra lo que es un rombo, un rectángulo, un cuadrado, o un paralelogramo, éste debe ser capaz de reproducir estas figuras sin error. En el Nivel Base, no se reconoce un paralelogramo en la forma de un rombo. En este nivel, el rombo no es un paralelogramo y el rombo le parece una cosa completamente diferente (van Hiele, 1984). En este nivel, se toman decisiones basadas en la percepción y no en el razonamiento.

Nivel 1. Análisis. En el primer nivel, las figuras son portadoras de sus propiedades. Una figura es un rectángulo porque tiene cuatro ángulos rectos, sus diagonales son iguales y sus lados opuestos son iguales. Las figuras son reconocidas por sus propiedades. Si alguien indica que una figura dibujada en la pizarra tiene cuatro ángulos rectos, ésta es un rectángulo, aunque la figura haya sido dibujada mal. En este nivel, las propiedades no están ordenadas todavía, de manera que un cuadrado no necesariamente es identificado como un rectángulo (van Hiele, 1984). Se descubren las propiedades de las figuras por medio de actividades de experimentación tales como medición, dibujos y trabajo con modelos, entre otras.

Nivel 2. Abstracción. En el segundo nivel, las propiedades de las figuras están ordenadas. Éstas se deducen una de la otra: una propiedad precede o sigue a otra

propiedad. En este nivel, el significado intrínseco de la deducción no es entendido. El cuadrado es reconocido como un rectángulo porque, en este nivel, las definiciones de la figura entran en juego (van Hiele, 1984). La característica primordial de este nivel son las propiedades geométricas, las cuales se ha aprendido a conectar de manera deductiva. Se entiende que las propiedades están relacionadas y que un conjunto de propiedades puede implicar otra propiedad.

Nivel 3. Deducción formal. En el tercer nivel, el pensamiento geométrico tiene que ver con el significado de la deducción, con el recíproco de un teorema, con axiomas, con condiciones suficientes y necesarias (van Hiele, 1984). En este nivel se aprenden a combinar los postulados, axiomas, definiciones y teoremas para formar un sistema de pruebas formales (Geometría Euclidiana). Se pueden construir pruebas geométricas. También se pueden entender las definiciones, los axiomas y los teoremas en la Geometría Euclidiana, así como el lugar que le corresponde a los términos indefinidos. Generalmente, este nivel se puede alcanzar en un curso de Geometría de la escuela superior.

Nivel 4. Rigor matemático. En el cuarto nivel se entiende la relación entre varios sistemas de Geometría. Se puede ser capaz de describir el efecto de añadir o eliminar un axioma en un sistema geométrico dado. Se pueden comparar, analizar y crear pruebas bajo diferentes sistemas geométricos. El producto de este razonamiento es el establecimiento, elaboración y comparación de sistemas axiomáticos de la Geometría (van Hiele, 1984). Este es el nivel más alto en el pensamiento geométrico, en el cual se

alcanza un nivel de profundidad equivalente al que alcanzan los matemáticos. En este nivel, se puede estudiar la Geometría no Euclidiana.

Los niveles de van Hiele tienen cinco propiedades. Éstas son:

1. **Secuencia fija.** Los niveles son jerárquicos. No se puede saltar de un nivel a otro hasta haber demostrado dominio completo en un nivel (van Hiele, 1984).
2. **Contigüidad.** Las propiedades que pueden ser intrínsecas en un nivel se pueden convertir en extrínsecas en el próximo. Además, las propiedades pueden estar en un nivel, pero no se está consciente de ellas hasta que pasa a otro nivel (van Hiele, 1984).
3. **Distinción.** Cada nivel tiene su propio lenguaje y su red de conexiones (van Hiele, 1984).
4. **Separación.** Dos personas que razonan en dos niveles diferentes no pueden entenderse. Un maestro que razona a un nivel habla un lenguaje diferente al de un estudiante que se encuentra a un nivel bajo (van Hiele, 1984).
5. **Adquisición.** Se compone de cinco fases que guían de un nivel a otro en un tópico dado (van Hiele, 1984). Estas fases son:
 - a. **Investigación.** Se aprende a conocer el área bajo investigación en términos del material que se le presenta. Este material dirige a descubrir una cierta estructura. Uno puede decir que la base del conocimiento humano consiste en esto: la humanidad se caracteriza por la revelación de la estructura en cualquier material. Sin embargo, aunque esta estructura puede estar desorganizada, diferentes personas pueden experimentarla de la misma

manera y resulta en una conversación de éstas acerca de este tema (van Hiele, 1984). En otras palabras, el maestro presenta una idea nueva y permite al estudiante trabajar con el nuevo concepto.

- b. Orientación guiada.* Se explora el área de investigación a partir del material. Ya se sabe en qué dirección el estudio va dirigido; el material es escogido de manera que las estructuras características aparecen gradualmente (van Hiele, 1984). El maestro propone actividades de naturaleza guiada que permite al estudiante familiarizarse con las propiedades del concepto nuevo.
- c. Explicación.* La experiencia adquirida es conectada a símbolos lingüísticos exactos y se aprende a expresar la opinión acerca de las estructuras observadas durante la discusión en clase. El maestro procura que esas discusiones utilicen los términos habituales. Es durante esta fase que el sistema de relaciones está formado parcialmente (van Hiele, 1984). El estudiante expresa lo que descubrió y se introduce el vocabulario.
- d. Orientación libre.* El área de investigación es conocida por la mayor parte, pero la persona debe ser diestra para encontrar su camino rápidamente. Esto se puede hacer ofreciendo tareas que puedan ser completadas en diferentes maneras. Todos los indicadores son colocados en el área de investigación: éstos muestran el camino hacia los símbolos (van Hiele, 1984). Se realizan tareas complejas que le permiten dominar las redes de conexiones en el material.

e. Integración. La persona se ha orientado así mismo, pero debe adquirir una perspectiva general de todos los métodos que están a su disposición. De este modo, trata de condensar, en un solo dominio, todo lo que se pensó había explorado. En este punto, el maestro puede ayudar al estudiante creando encuestas globales. Es importante que estas encuestas no presenten nada nuevo al estudiante; deben ser solo un resumen de lo que este ya conoce (van Hiele, 1984). Se resume todo lo que aprendió y lo memoriza. Este aprendizaje puede lograrse por medio de una discusión oral en el salón o una asignación para recordar los principios y aprender el vocabulario.

Modelo de adquisición de destrezas de Dreyfus y Dreyfus (1980). Este modelo, propuesto por Dreyfus y Dreyfus (1980), señala que, en la adquisición de una destreza por medio de la instrucción y la experiencia, una persona pasa a través de cinco etapas de desarrollo, las cuales son: novicio, competente, proficiente, experto y diestro o maestro. A medida que la persona se vuelve hábil, argumentan los autores, ésta dependerá menos de principios abstractos y será más dependiente de la experiencia concreta. A continuación, se describen las etapas del modelo de actividades mentales involucradas en la adquisición directa de destrezas.

Etapas del novicio. El proceso de instrucción comienza, normalmente, por la descomposición del ambiente de la tarea en rasgos libres de contexto, en los cuales el principiante comienza a reconocer sin el beneficio de la experiencia. A estos rasgos, los cuales pueden ser reconocidos sin la experiencia de situaciones particulares en el dominio instruccional, se les conoce como no situacional. A un principiante o novato se le dan

unas reglas para determinar una acción a base de esos rasgos. Para mejorar, el novicio necesita monitoreo, ya sea por auto observación o retroalimentación instruccional (Dreyfus y Dreyfus, 1980).

Etapas del competente. La competencia viene después de una experiencia considerable en la que se copia con situaciones reales, en la cual, la persona percibe o es señalada por el instructor. En términos de una persona competente que entiende su ambiente, esos componentes situacionales no son rasgos libres de contexto utilizados por el novicio. Estos patrones recurrentes son los aspectos. El reconocimiento de aspectos no se puede producir llamando la atención de este conjunto recurrente de rasgos, sino distinguiendo ejemplos expresados claramente. El estado cerebral correlacionado con el ejemplo a ser señalado está organizado y almacenado de manera que puede proveer una base para un reconocimiento futuro de aspectos similares. Mientras no haya un argumento en principio que pruebe que este proceso de organización y almacenamiento no toma la forma de reglas abstractas que operan sobre los rasgos libres de contexto no existe evidencia que apoye esto. El instructor puede formular principios que pueden dictar acciones en términos de estos aspectos. Estos principios, que presuponen elementos con significados y basados en la experiencia se les conoce como directrices. Las directrices tratan todos los aspectos de manera importante y están formuladas para integrar la mayor parte de todos los aspectos posibles (Dreyfus y Dreyfus, 1980).

Etapas del proficiente. La cantidad de práctica expone a la persona que ejecuta a una variedad de situaciones típicas. Cada situación tiene un significado, el cual es relevante para el logro de una meta a largo plazo. Ahora, los aspectos parecen más o

menos importantes (saliente), dependiendo de su relevancia para esta meta particular. El estado cerebral correlacionado con la experiencia del que ejecuta a una situación desde una perspectiva particular está organizado y almacenado en una manera que provee una base para el reconocimiento futuro de situaciones similares visto desde perspectivas similares. Una situación objetiva específica, confrontada en dos momentos diferentes y cada momento desde una perspectiva diferente, será tratada como dos situaciones diferentes. Dado un conjunto de aspectos y sus salientes, el que ejecuta utiliza un principio de memorización llamado *maxim* o máxima (pág.10) para determinar la acción apropiada (Dreyfus y Dreyfus, 1980).

Etapas del experto. En esta etapa, la persona que ejecuta necesita algún principio analítico (regla, directriz o pauta máxima) para conectar su comprensión de una situación general a una situación específica. El repertorio de situaciones experimentado que tiene es tan vasto que, normalmente, para cada situación dicta intuitivamente una acción apropiada. Esta intuición es posible porque para cada tipo de situación hay una asociación con una respuesta específica (Dreyfus y Dreyfus, 1980).

Etapas del maestro. La ejecución en esta etapa solo toma lugar cuando el experto, el cual no necesita principios, deja de prestar atención consciente a su ejecución. El experto permite que toda su energía mental, previamente utilizada en la monitoria de su ejecución, produzca de manera instantánea la perspectiva apropiada y su acción asociada (Dreyfus y Dreyfus, 1980).

Teoría de Andragogía de Knowles (1980). Knowles (1980) define Andragogía como el arte y la ciencia de ayudar a los adultos a aprender, en contraste con la pedagogía

que es el arte y la ciencia de la enseñanza de los estudiantes. La Andragogía está basada en cuatro premisas o principios acerca de las características de los aprendices adultos.

Éstas son:

Concepto del aprendiz. De acuerdo con la Andragogía, es un aspecto normal del proceso de maduración de una persona moverse desde una dependencia hacia el aumento de una autodirección, pero a diferentes momentos, para personas diferentes y en diferentes dimensiones de la vida. Los maestros tienen la responsabilidad de motivar y nutrir este movimiento. Los adultos tienen una necesidad psicológica profunda de ser autodirigidos, aunque sean dependientes en situaciones particulares temporeras; esto es, el autoconcepto del adulto se mueve de una personalidad dependiente hacia la de un ser humano autodirigido (Knowles, 1980).

Rol de la experiencia del aprendiz. Mientras las personas crecen y se desarrollan, éstas acumulan una experiencia que se convierte en una fuente rica de aprendizaje para ellas mismas y para otros. Más aún, las personas retienen mayor significado y sentido del aprendizaje adquirido de la experiencia versus el aprendizaje adquirido pasivamente. Por consiguiente, las técnicas primarias en educación son técnicas experimentales como los experimentos de laboratorio, la discusión, los casos de solución de problemas, los ejercicios de simulación, las experiencias de campo, etc. (Knowles, 1980).

La buena disposición para aprender. Las personas se preparan para aprender algo cuando estas experimentan una necesidad de aprender para aplicarlo a tareas o problemas de la vida real. Los educadores tienen la responsabilidad de crear las condiciones y proveer las herramientas y procedimientos para ayudar a los aprendices a

descubrir lo que estos necesitan saber. Los programas de aprendizaje deben organizarse en torno a categorías de aplicación de la vida real y organizada de acuerdo con la disposición de los aprendices para aprender (Knowles, 1980).

Orientación al aprendizaje. Los aprendices ven la educación como un proceso de desarrollo de competencias para alcanzar su potencial máximo en la vida. Estos quieren ser hábiles para aplicar cualquier conocimiento y destreza adquiridos para vivir más efectivamente en el mañana (Knowles, 1980).

Síntesis del marco teórico. Los maestros de Matemáticas deben conocer y entender los conceptos, los procesos y las destrezas de la materia que enseñan (DEPR, 2008). Además, deben considerar la manera en que ésta se enseña para propiciar un aprendizaje más pertinente y efectivo en los estudiantes (DEPR, 2008). En el caso de esta investigación, este dominio lo obtienen como aprendices en la Geometría en sus cursos de preparación para maestros en las universidades. Los futuros maestros pueden tener experiencias en sus cursos que les ayuden aprender a analizar y procesar el conocimiento geométrico de manera distinta a otros. Knowles (1980) indicó que el proceso de aprendizaje en los adultos (Andragogía) es distinto al de los estudiantes (pedagogía).

Por otro lado, el nivel de razonamiento geométrico puede variar en cada persona, pero, según van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), este razonamiento debe pasar por cinco etapas o niveles. Se espera que el maestro de Geometría pueda enseñar a los estudiantes a razonar de la misma manera. Asimismo, de acuerdo con su preparación académica y experiencia, los maestros pueden adquirir unas destrezas que determinan el

tipo de maestros que son. Dreyfus y Dreyfus (1980) señalan que las destrezas son adquiridas por las personas a través de la experiencia y la instrucción.

Las variables de nivel de razonamiento geométrico y el dominio metodológico de los niveles se apoyan en la teoría de los niveles de razonamiento geométrico de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) y en la teoría de andragogía de Knowles (1980), mientras que la variable del nivel escolar se apoya en el modelo de adquisición de destrezas de Dreyfus y Dreyfus (1980). La Figura I presenta una síntesis del marco teórico y la relación entre las variables bajo estudio.

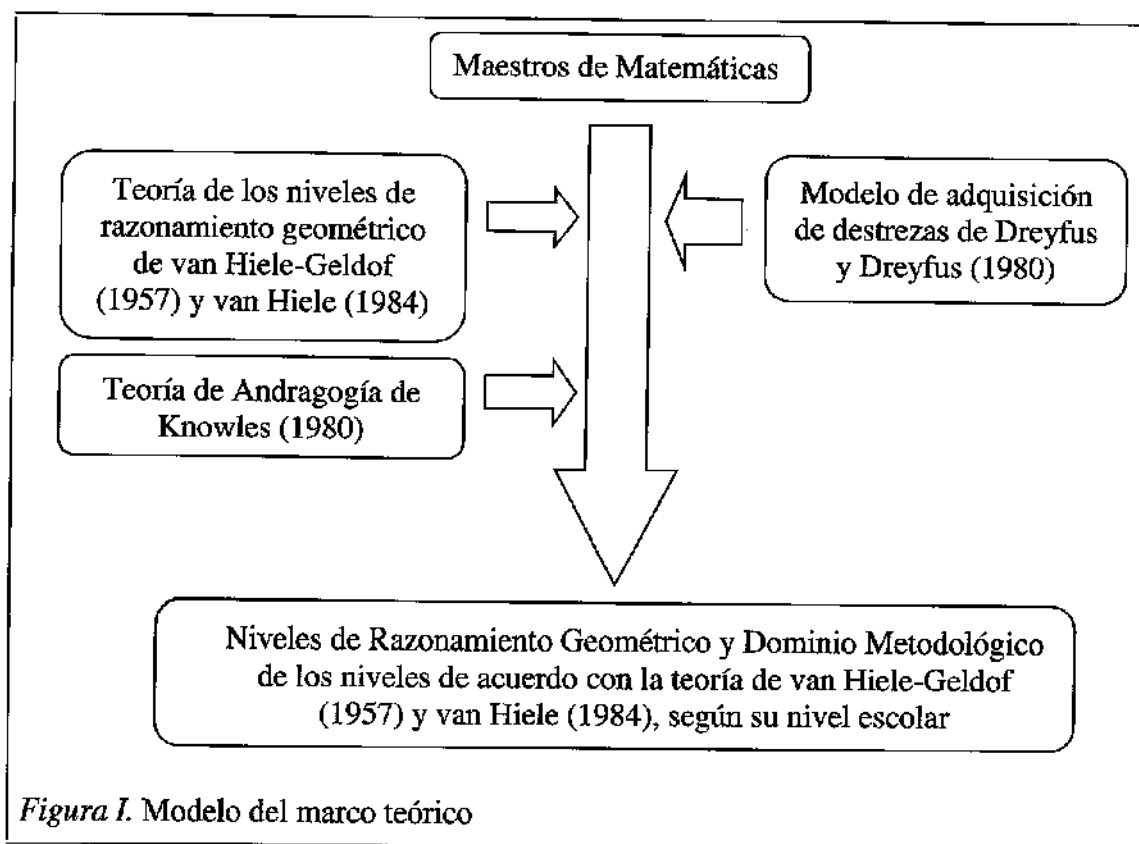


Figura I. Modelo del marco teórico

Definiciones operacionales o términos del estudio

Las variables del estudio fueron las siguientes:

1. Nivel de razonamiento geométrico según van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), variable dependiente.
2. Dominio metodológico de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), variable dependiente.
3. Nivel escolar, variable independiente

Las definiciones conceptuales y operacionales de tales variables se presentan a continuación. Luego, se presentan las definiciones de los términos en el estudio.

1. Nivel de razonamiento geométrico según van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). Según van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), el nivel de razonamiento geométrico tiene que ver con el proceso de conocer y razonar el sistema de relaciones geométricas (puntos, ejes de simetría, segmentos, longitudes, triángulos, extensiones, etc.). Incluye los cinco niveles por los cuales debe pasar una persona en el proceso de aprendizaje de la Geometría. Estos niveles son: visualización, análisis, abstracción, deducción formal y rigor matemático (DEPR, 2003).

El nivel de razonamiento geométrico se midió por medio de la parte II del instrumento de medición titulado *Prueba de Geometría de van Hiele* (Apéndice B), que consistió en 25 ejercicios de selección múltiple. El nivel de visualización comprendió los ejercicios 2 al 6, el nivel de análisis consistió de los ejercicios 7 al 11, el nivel de abstracción constó de los ejercicios 12 al 16, el nivel de deducción formal se incluyó en los ejercicios 17 al 21 y el nivel de rigor matemático se midió en los ejercicios 22 al 26.

El proceso que se utilizó para identificar en qué nivel de razonamiento geométrico se encontraba el participante fue el asignarle, primero, una suma ponderada de puntos

basados en las contestaciones correctas por cada bloque de preguntas que representa el nivel, como se muestra en la Tabla 3. Para propósitos de la prueba, se requirió que el participante contestara correctamente, al menos, tres de cinco preguntas por cada bloque de preguntas, y luego, se otorgaron los puntos.

Tabla 3

Puntos ponderados otorgados por criterios alcanzados en las preguntas

Por alcanzar el criterio en	Puntos otorgados
Nivel 0 (Preguntas 2 a 6)	1
Nivel 1 (Preguntas 7 a 11)	2
Nivel 2 (Preguntas 12 a 16)	4
Nivel 3 (Preguntas 17 a 21)	8
Nivel 4 (Preguntas 22 a 26)	16
Total de preguntas = 25	Total de puntuaciones = 31

El nivel de razonamiento geométrico alcanzado por cada participante dependió de la suma ponderada de puntos asignada para cada nivel, como se muestra en la Tabla 4. Por ejemplo, si un participante del estudio logró los criterios en los niveles 0, 1 y 4, tendría una suma de puntos ponderada de $1 + 2 + 16$ o 19 puntos. Por lo tanto, el participante alcanzaría el nivel 2 en la teoría de los niveles de razonamiento geométrico van Hiele.

Tabla 4

Identificación del nivel alcanzado por medio de la suma ponderada

Suma ponderada asignada	Nivel de van Hiele alcanzado
0 o 16 puntos	0 – Visualización
1 o 17 puntos	1 – Análisis
3 o 19 puntos	2 – Abstracción
7 o 23 puntos	3 – Deducción formal
15 o 31 puntos	4 – Rigor matemático

2. Dominio metodológico de los niveles según la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). Según Ocasio de Rodríguez (2001), el dominio metodológico se demuestra cuando el maestro le ofrece al estudiante una variedad de estrategias instruccionales que hacen de la experiencia de aprendizaje una interesante y a tono con sus formas o estilos de aprender. Es cómo se llevará a cabo el proceso de aprendizaje. Es la combinación de técnicas, procedimientos y estrategias que facilitan la enseñanza y el aprendizaje por parte del maestro (López Yustos, 1998). En esta investigación, el dominio metodológico tiene que ver en cómo se debe aplicar la teoría de los niveles de razonamiento geométrico de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) en la sala de clases.

El dominio metodológico se midió por medio del instrumento *Prueba de Geometría de van Hiele*, parte III (Apéndice B). La tercera parte del instrumento, creada por el investigador, consistió de 15 enunciados. De éstos, 10 contienen las fases que componen la propiedad de adquisición según la teoría de los niveles de razonamiento geométrico de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). Estas fases son: investigación, orientación guiada, explicación, orientación libre e integración. Los otros cinco enunciados contienen otras estrategias de enseñanza de Geometría que no corresponden a las fases de la propiedad de adquisición, según la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984).

La escala de medición que se utilizó fue dicotómica de cierto o falso. La curva estándar se utilizó para interpretar los resultados mediante el uso de la escala razón de por cientos (90% a 100% - excelente; 80% a 89% - bueno; 70% a 79% - regular; 60% a 69%

- deficiente; 0% a 59% - fracaso) (Vera Vélez, 2011). Por ejemplo, si un participante del estudio obtuvo 11 respuestas correctas de 15, el participante obtendría 73%; es decir, tiene una puntuación regular. Para demostrar dominio metodológico, el participante del estudio debía obtener 70% o más.

3. Nivel escolar. Es el nivel y los grados por los cuales se organiza la escuela. El nivel elemental se compone desde kindergarten hasta tercer grado y desde cuarto hasta sexto grado. El nivel secundario se divide en dos niveles, que comprenden las edades entre 13 y 18 años: nivel intermedio (séptimo a noveno grado) y nivel superior (décimo hasta duodécimo grado) (Torres González et al., 2017). Para propósitos del estudio, los maestros participantes del programa MSP pertenecían a los niveles: elemental (4to al 6to) e intermedio (7mo al 9no). Esta variable se midió en la parte I del instrumento de medición *Prueba de Geometría de van Hiele* (Apéndice B). Esta parte del instrumento, creada por el investigador, consistió en una pregunta relacionada con el nivel en el que enseñaba el participante al momento del estudio, para su autoidentificación.

Los términos utilizados en la investigación fueron los siguientes:

1. Maestros de Matemáticas del nivel secundario. Son las personas que poseen un grado universitario mínimo de Bachiller en Artes en Educación o en Matemáticas (López Yustos, 1998), al igual que un certificado de maestro que les permite ejercer el magisterio en el nivel secundario, desde noveno hasta duodécimo grado en Matemáticas (DEPR, 2016). Son los facilitadores que exploran el conocimiento previo de los estudiantes y proporcionan el ambiente adecuado para el aprendizaje (DEPR, 2003).

2. Maestros de Matemáticas del nivel elemental. Son las personas que poseen un grado universitario mínimo de Bachiller en Artes en Educación (López Yustos, 1998), al igual que un certificado de maestro que les permite ejercer el magisterio en el nivel primario de kínder hasta octavo grado (DEPR, 2016). Son los facilitadores que exploran el conocimiento previo de los estudiantes y proporcionan el ambiente adecuado para el aprendizaje (DEPR, 2003).

3. Geometría. Es una rama de las Matemáticas que estudia las propiedades de las formas de los objetos y las relaciones de éstos. Incluye tamaño, forma y espacio (DEPR, 2003).

Capítulo II.

Revisión de la Literatura

El propósito de esta investigación fue determinar y relacionar el nivel de razonamiento geométrico y el dominio metodológico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) por maestros de Matemáticas y diferenciarlos según su nivel de enseñanza. Este capítulo presenta la revisión de literatura relacionada con el problema de estudio. La misma abarca los siguientes temas: teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), metodología de enseñanza y aprendizaje de Geometría, preparación académica de maestros de Matemáticas en Puerto Rico y se culmina con una recapitulación crítica de la literatura revisada.

Teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984)

De acuerdo con Denis (1992), la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957, 1984) y van Hiele (1957, 1984) es una teoría de aprendizaje desarrollada por los educadores holandeses Pierre van Hiele y su difunta esposa, Dina van Hiele-Geldof. Surge de la preocupación de dichos educadores por las dificultades que sus estudiantes encontraban al estudiar Geometría. Afirmaron que la Geometría de escuela superior requiere pensar a un nivel relativamente alto y que los estudiantes no han tenido las suficientes experiencias para pensar a los niveles más bajos que preceden estos niveles altos. Sostuvieron que el aprendizaje es un proceso discontinuo con cambios abruptos o brincos en la curva de aprendizaje que revelan la presencia de niveles (Denis, 1992).

Los niveles de van Hiele, según Fouz y de Donosti (2005), son cinco y se suelen

nombrar con los números del 1 al 5. Sin embargo, es más utilizada la notación del 0 al 4.0. Estos niveles son:

Nivel 0 – Visualización o reconocimiento. En este nivel el estudiante percibe las figuras holísticamente; en otras palabras, reconoce como un todo y no necesariamente identifica sus propiedades o las relaciones entre las partes de las figuras (DEPR, 2003). Los estudiantes reconocen figuras solo por su apariencia, comparándolas con un prototipo conocido. Las propiedades de las figuras no son percibidas. En este nivel, las decisiones que el estudiante toma están basadas en la percepción y no en el razonamiento (Mason, 1998). Según Fouz y de Donosti (2005), en este nivel no hay lenguaje geométrico básico para llamar a las figuras por su nombre correcto.

Nivel 1 – Análisis. El estudiante puede analizar las figuras de acuerdo con sus partes. Descubre sus propiedades por medio de actividades de experimentación, tales como medición, dibujos y trabajo con modelos, entre otras. Comienza a utilizar el lenguaje que describe una figura y reconoce las relaciones entre sus partes (DEPR, 2003). El estudiante ve las figuras como colecciones de sus propiedades. Puede reconocer y nombrar propiedades de figuras geométricas, pero no puede ver las relaciones entre esas propiedades (Mason, 1998). El estudiante puede establecer nuevas propiedades experimentando con figuras y objetos. Sin embargo, no realizan clasificaciones de objetos y figuras a partir de sus propiedades (Fouz y de Donosti, 2005).

Nivel 2 – Deducción informal o abstracción. En este nivel, el estudiante entiende las relaciones entre las figuras. También establece relaciones entre las propiedades de figuras diferentes. Esto le permite deducir propiedades de una figura y

reconocer clasificaciones. Podrá entender las relaciones entre las figuras. Sin embargo, aun no podrá realizar demostraciones (DEPR, 2003). El estudiante puede crear definiciones con sentido y dar argumentos informales para que justifiquen su razonamiento. El papel y significado de la deducción formal no es entendido (Mason, 1998). El estudiante puede realizar clasificaciones lógicas de manera formal, ya que el nivel de su razonamiento matemático ya está iniciado. Puede seguir las demostraciones, pero no las entienden en cuanto a su estructura (Fouz y de Donosti, 2005).

Nivel 3 – Deducción formal. El estudiante es capaz de construir demostraciones utilizando postulados, axiomas, definiciones y teoremas. Produce y elabora enunciados en una secuencia lógica, justificando cada paso para llegar a una conclusión como consecuencia de una información dada. Generalmente, este nivel se puede alcanzar en el curso de Geometría de la escuela superior (DEPR, 2003). El estudiante puede entender el papel de los axiomas y definiciones en la construcción de pruebas (Mason, 1998). El estudiante comprende cómo se puede llegar a los mismos resultados partiendo de proposiciones o premisas distintas, lo que le permite que se pueden realizar diversas formas de demostraciones para obtener un mismo resultado (Fouz y de Donosti, 2005).

Nivel 4 – Rigor matemático. En este nivel, el estudiante razona formalmente sin referirse a modelos concretos. El producto de este razonamiento es el establecimiento, elaboración y comparación de sistemas axiomáticos de la Geometría. Este es el nivel más alto en el pensamiento geométrico y se alcanza a un nivel de profundidad equivalente al que alcanzan los matemáticos (DEPR, 2003). El estudiante entiende los aspectos formales de la deducción como el establecimiento y comparación de sistemas

matemáticos. Puede entender el uso indirecto de la prueba y prueba por contrapositivo, y entender sistemas no-euclidianos (Mason, 1998). El estudiante puede trabajar la Geometría de manera abstracta sin necesidad de ejemplos concretos (Fouz y de Donosti, 2005). A continuación, se presentan investigaciones sobre la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1986) efectuadas con estudiantes. Éstas se presentan en orden ascendente.

Usiskin (1982) realizó un estudio cuyo propósito era probar la habilidad de la teoría de van Hiele para describir y predecir el desempeño de los estudiantes en la Geometría de escuela secundaria. La población del estudio constó de todos los estudiantes en los Estados Unidos matriculados en un curso de Geometría de un año. La muestra del estudio fue de 2,699 estudiantes matriculados en un curso de Geometría de un año en 13 escuelas de cinco estados. Estas escuelas fueron escogidas a base de que pudieran cumplir con ciertos criterios socio-económicos y que ofrecieran una probabilidad alta de éxito para la obtención de la información confiable y consistente con los requerimientos de las pruebas (Usiskin, 1982).

De acuerdo con Usiskin (1982), el diseño de preprueba y posprueba estándar fue utilizado en el estudio. Los instrumentos utilizados fueron los siguientes: *The Entering Geometry Test*, diseñado para medir el conocimiento geométrico previo de los estudiantes; *The van Hiele Level Geometry Test*, diseñado para determinar el nivel de conocimiento geométrico del estudiante de acuerdo a van Hiele; *The Comprehensive Assessment Program Geometry Test*, prueba que representa la amplitud del contenido y lenguaje estudiado en los cursos de Geometría y *The Proof Test*, diseñado para medir el

logro de la escritura de pruebas geométricas. Las primeras dos pruebas se ofrecieron como preprueba en la primera semana escolar (otoño) y, las últimas dos más *la van Hiele Level Geometry Test*, se ofrecieron como posprueba entre tres a cinco semanas antes que terminara la escuela (primavera). Los estudiantes que tomaron las cuatro pruebas fueron 1,596, mientras que 1,127 tomaron las cinco pruebas. El *Proof Test* fue administrado a aquellos estudiantes que estudiaron el tema de pruebas geométricas y cuyo maestro le autorizó a tomarla. Para el análisis estadístico de los datos en el estudio se utilizaron medias, ANOVA, la prueba de Ji-cuadrada, y la prueba t (Usiskin, 1982).

Usiskin (1982), en su estudio, concluyó lo siguiente: 1) el curso de Geometría no está funcionando para la mayoría de los estudiantes; 2) muchos estudiantes no poseen información relacionada a la terminología geométrica y la medición; 3) la mitad de los estudiantes que se matriculan en un curso relacionado a pruebas geométricas experimenta poco o ningún éxito en pruebas geométricas; 4) la mayoría de los estudiantes pueden ser asignados a un nivel de van Hiele por una simple prueba, y los niveles asignados a los estudiantes son un buen descriptor de la ejecución del estudiante en Geometría, ahora y después; y 5) la ejecución pobre de muchos estudiantes, ya sea en una prueba de contenido geométrico o escritura de pruebas geométricas, está fuertemente asociada a niveles de van Hiele bajos (Usiskin, 1982).

Según Usiskin (1982), el estudio confirma el uso de la teoría de los niveles de van Hiele para explicar por qué muchos estudiantes tienen problemas en el aprendizaje y la ejecución de la Geometría en la sala de clases. El autor recomendó la instrucción

sistemática de la Geometría antes de la escuela secundaria, si se desea tener un conocimiento geométrico mayor y éxito en la escritura de pruebas geométricas (Usiskin, 1982).

Burger y Shaughnessy (1986) investigaron los niveles de van Hiele en la Geometría escolar para hacer una descripción del razonamiento geométrico de los estudiantes, de acuerdo con van Hiele. Para este propósito, se diseñó una entrevista clínica relacionada a trabajos de triángulos y cuadriláteros. Los sujetos del estudio eran 45 estudiantes de cinco distritos escolares en tres estados de la nación norteamericana: Oregón, Michigan y Ohio. Los sujetos estaban distribuidos en siete categorías de grados (0 a 6): antes de primaria (grados K-1), primaria (grados 2-3), media (grados 4-8), Álgebra I (grados 8-11; pre-Geometría), Geometría (grados 9-12), Álgebra II (grados 10-12; post Geometría) y especialistas en Matemáticas de facultad. En la investigación detallada, se escogieron aleatoriamente 14 de las 45 entrevistas grabadas en cada categoría de grados (Burger y Shaughnessy, 1986).

Las entrevistas consistieron en ocho actividades relacionadas con formas geométricas que implican: dibujos de formas, identificación y definición de formas, ordenación de formas, determinación de una forma misteriosa, establecer propiedades de paralelogramos y comparar componentes de un sistema matemático. Para el análisis de los datos se le pedía a cada investigador que asignase un nivel de van Hiele (0 a 3) a cada actividad de cada estudiante. Ese nivel asignado debía representar el nivel predominante de pensamiento exhibido por el estudiante en esa actividad, es decir, un nivel preferido de razonamiento (Burger y Shaughnessy, 1986).

Según Burger y Shaughnessy (1986), los resultados del estudio indicaron que las conductas de los estudiantes en las actividades fueron consistentes con la descripción original general de los niveles de van Hiele, aunque no se confirmó la discreitud de los niveles, particularmente los de análisis y abstracción. El uso de deducción formal entre estudiantes que estaban cursando o que habían tomado el curso de Geometría en la escuela secundaria era escaso. Los estudiantes parecían razonar en diferentes niveles usando diferentes lenguajes y diferentes procesos de resolución de problemas en las actividades (Burger y Shaughnessy, 1986).

Entre las limitaciones del estudio realizado por Burger y Shaughnessy (1986) se encontraron: 1) la muestra de estudiantes fue relativamente pequeña y presentaba un grupo muy amplio de edades; 2) hubo desacuerdos entre los tres investigadores y los cuatro entrevistadores que dirigieron y analizaron los datos de las entrevistas, y 3) los resultados del estudio son descriptivos, revelando aspectos de los procesos cognitivos de los estudiantes en las actividades, pero dicen muy poco sobre los esfuerzos específicos para perfeccionar los propios procesos. Los autores recomendaron adaptar los procedimientos del estudio para investigar otros conceptos geométricos (Burger y Shaughnessy, 1986).

Denis (1987) llevó a cabo un estudio descriptivo cuyo propósito era explorar la relación entre las etapas del desarrollo cognoscitivo según Piaget y los niveles de pensamiento geométrico según van Hiele, entre adolescentes puertorriqueños. La investigadora utilizó una muestra de 156 estudiantes que habían tomado el curso de Geometría Euclidiana de escuela superior y que estaban matriculados en una escuela

especial de demostración/experimental. Los sujetos fueron clasificados en las etapas de desarrollo operacional concreta u operacional formal de Piaget. Solo el 36% de los sujetos se encontraban en la etapa de desarrollo operacional formal (Denis, 1987).

El instrumento que utilizó Denis (1987) para medir los niveles de van Hiele fue una parte del cuestionario de Mayberry (1983). Para el análisis estadístico, se utilizaron el análisis de *Guttman Scalogram*, *Consensus* y *Chi Square*. Los resultados encontrados fueron los siguientes: 1) los niveles de van Hiele son jerárquicos entre los sujetos en las etapas operacional formal, la operacional concreta y a través de las etapas de desarrollo de Piaget; 2) no hubo consenso a través de los conceptos geométricos bajo estudio en los niveles de van Hiele de los sujetos; es decir, los estudiantes pueden estar en diferentes niveles de van Hiele para diferentes conceptos geométricos; 3) hubo diferencias significativas entre las medias alcanzadas por los sujetos en el nivel de van Hiele en las etapas de desarrollo de Piaget. Se determinó que más del 74% de los estudiantes de Geometría de escuela superior no eran capaces de trabajar con las demandas de un curso tradicional de Geometría Euclidiana de escuela superior. De acuerdo con Denis (1987), algunas implicaciones que se desprenden del estudio son las siguientes: 1) el currículo de Geometría necesita ser verificado para proveer experiencias para el desarrollo del pensamiento geométrico, según los niveles de van Hiele, por concepto; y 2) se deben hacer revisiones para determinar periódicamente las etapas de desarrollo de Piaget en los estudiantes.

Fuys, Geddes y Tischler (1988) se involucraron en un estudio de tres años con el propósito de determinar si el modelo de van Hiele podría ser utilizado para describir

cómo los estudiantes aprenden Geometría. Se llevaron a cabo seis horas de entrevistas clínicas. La muestra del estudio fue de 32 estudiantes de sexto y noveno grado. Los instrumentos que se utilizaron fueron unos módulos instruccionales que contenían los temas de propiedades de los polígonos, medidas angulares y sumas angulares para polígonos y áreas de polígonos. Estos instrumentos fueron desarrollados por los autores del estudio y examinados por el mismo Pierre van Hiele y otros investigadores de van Hiele. Los autores no encontraron estudiantes ejecutando por encima del nivel II. Los estudiantes no pueden demostrar ejecuciones adecuadas en un nivel sin tener experiencias que le permitan razonar intuitivamente en cada nivel precedente, y un estudiante no entenderá la instrucción si el nivel de razonamiento es más bajo que el lenguaje utilizado en la instrucción (Fuys, Geddes and Tischler, 1988).

Senk (1989) investigó las relaciones entre los niveles de van Hiele, el logro en la escritura de pruebas geométricas y el logro en el contenido geométrico. La muestra del estudio eran 241 estudiantes de escuela secundaria que estaban matriculados en clases de Geometría por un año. Estos estudiantes fueron examinados en otoño en el nivel de pensamiento geométrico según van Hiele y el conocimiento geométrico de entrada. En la primavera fueron examinados en el nivel de pensamiento geométrico según van Hiele, el logro geométrico estandarizado y el logro en la escritura de pruebas geométricas. El logro en la escritura de pruebas geométricas correlacionó significativamente, 0.5 con el nivel de van Hiele en otoño, 0.6 con el nivel de van Hiele en primavera y con el conocimiento geométrico de entrada, y 0.7 con el logro geométrico estandarizado en primavera. El logro en la escritura de pruebas geométricas varió significativamente con el nivel de van

Hiele cuando fue usado como covariable, ya sea con el conocimiento geométrico de entrada o el logro geométrico en primavera. La validez predictiva del modelo de van Hiele fue apoyado. Sin embargo, la hipótesis de que solo estudiantes en los niveles 4 y 5 pueden escribir pruebas geométricas no fue apoyada (Senk, 1989).

Senk (1989) apoyó la noción de que los cursos de Geometría dirigidos a las pruebas geométricas requieren al menos el nivel III en la jerarquía de van Hiele. Menos del 22% de los estudiantes que están por debajo del nivel III, el 57%, 85% y 100% de los estudiantes que están en el nivel III, IV y V, respectivamente, dominan el tema de pruebas geométricas. Hasta ahora, en el nivel IV los estudiantes dominan las pruebas, siendo el nivel III uno transicional. Desafortunadamente sobre 70% de los estudiantes comienzan la Geometría de la escuela superior en el nivel I o menos, y solo aquellos estudiantes que entran en el nivel II o más pueden ser competentes en el tema de las pruebas geométricas al final del curso (Senk, 1989).

Velázquez (1990) efectuó un estudio descriptivo donde diseñó y validó una prueba escrita para medir el nivel de pensamiento geométrico de los estudiantes de escuela superior en tres conceptos diferentes. La muestra fue de 60 estudiantes que tomaron el curso de Geometría de un año de escuela superior. Los hallazgos fueron los siguientes: 1) los especialistas en Matemáticas determinaron que la prueba escrita tenía validez de contenido, luego de varias revisiones, para cada concepto geométrico; 2) para cada concepto geométrico se obtuvo un alto coeficiente de correlación, lo que implica que la prueba escrita tiene validez concurrente; 3) la mayoría de los estudiantes se encontraban en el tercer nivel de van Hiele, para los tres conceptos y 4) algunos

estudiantes estaban en diferentes niveles para diferentes conceptos geométricos (Velázquez, 1990).

Mason (1997) llevó a cabo un estudio cuyo propósito era analizar el razonamiento y entendimiento geométrico de estudiantes matemáticamente talentosos en los grados sexto hasta octavo, antes de tomar un curso formal de Geometría. La muestra consistió en 120 estudiantes. El instrumento utilizado para el estudio fue *The van Hiele Geometry Test*, desarrollado por Usiskin (1982). De los 120 estudiantes, 64 participaron de entrevistas individuales que duraron entre 30 y 45 minutos. El protocolo de van Hiele utilizado en la entrevista fue el empleado por Mayberry (1983). Los resultados del estudio mostraron que, aunque los estudiantes fueron capaces de deducir el significado del contexto geométrico, carecían del entendimiento de definiciones básicas, conceptos y propiedades. También, el estudio confirmó que, aunque los niveles de van Hiele forman una jerarquía, éstos no son dependientes de la edad del estudiante y pueden variar a través de los objetivos del contenido geométrico (Mason, 1997).

Halat (2003) realizó un estudio cuyo propósito era comparar la ejecución y la motivación de estudiantes de sexto grado usando un currículo basado en la teoría de van Hiele con estudiantes de sexto grado usando un currículo que no estaba basado en la teoría de van Hiele. La enseñanza que estuvo basada en el currículo según la teoría van Hiele, utilizó el *CMP's Shapes and Designs* y *Key Curriculum's Discovering Geometry: an Inductive Approach*, mientras que la enseñanza del grupo experimental utilizó el *Scott Foresman's Middle School Math Course I*. La muestra involucrada en el estudio fue de

273 estudiantes de Matemática de sexto grado: 123 formaban el grupo control y 150 formaban el grupo experimental o de tratamiento (Halat, 2003).

Halat (2003) utilizó para el estudio los siguientes instrumentos: una prueba de Geometría, el *van Hiele Geometry Test*, usado para medir la ejecución geométrica del estudiante, y el cuestionario *Course Interest Test*, usado para medir la motivación del estudiante hacia la enseñanza de la Geometría. El *van Hiele Geometry Test* y el *Course Interest Test* fueron administrados a los estudiantes por el investigador antes y después de un periodo de enseñanza de cinco semanas durante un periodo de clases. Para el análisis de la información, se empleó la prueba t para muestras pares, la prueba t para muestras independientes y ANCOVA con $\alpha = 0.05$ (Halat, 2003).

Según Halat (2003), los resultados del estudio indicaron que no había diferencia estadísticamente significativa con respecto a la ejecución de los estudiantes entre los grupos control y experimental, pero hubo una diferencia estadísticamente significativa con respecto a la motivación de los estudiantes entre los grupos control y experimental, favoreciendo al grupo instruido con el currículo basado en la teoría de van Hiele. Sin embargo, no hubo diferencia estadística por razón de género con respecto a la ejecución y motivación de los estudiantes (Halat, 2003).

Halat (2006) efectuó otro estudio en el norte de la Florida, EE. UU., cuyo propósito era examinar la adquisición de los niveles de van Hiele y la motivación en estudiantes de sexto grado. En el estudio se utilizó el diseño estadístico cuasi experimental. El investigador dividió los participantes en dos grupos basados en el género, quienes fueron asignados a los grupos intencionalmente. Los participantes del

estudio eran estudiantes de sexto grado matriculados en seis clases de Matemáticas de una escuela pública. El número de estudiantes que participaron del estudio era de 66 niños y 84 niñas, para un total, de 150 (Halat, 2006).

Halat (2006) utilizó una prueba de selección múltiple de Geometría, el *van Hiele Geometry Test*, para encontrar las etapas de razonamiento de los estudiantes, y un cuestionario, el *Course Inventory Survey*, para detectar la motivación de éstos en la instrucción. Los instrumentos fueron administrados, antes y después, en un periodo de instrucción de cinco semanas. El análisis estadístico utilizado en el estudio fue ANCOVA ($\alpha = 0.5$) para comparar las puntuaciones del *van Hiele Geometry Test* y la motivación (Halat, 2006).

Según Halat (2006), el estudio demostró que no había diferencia estadística significativa, tanto en la motivación entre niños y niñas como en la adquisición de los niveles de van Hiele. En otras palabras, el género no fue un factor en la enseñanza de la Geometría. Entre las limitaciones encontradas en el estudio se encuentran las siguientes: 1) los temas examinados en el estudio eran polígonos y teselados, y los hallazgos del estudio no pueden extenderse a otros temas de la Geometría; 2) el estudio se llevó a cabo en cinco semanas y el investigador entiende que el tiempo dado en las escuelas para enseñar los temas de Geometría no es suficiente y 3) la mayoría de los estudiantes provienen de familias cuyo ingreso económico es muy bajo. Los resultados del estudio no pueden ser generalizados para otros estudiantes con diferente ingreso económico (Halat, 2006).

Guevara (2007) llevó a cabo un estudio cuyo propósito era determinar el efecto de

la estrategia de enseñanza multimedia, mediante un programa computarizado llamado *Destino Matemática Curso III-Módulo Geometría*, en el desarrollo de los niveles de razonamiento geométrico y en el aprovechamiento geométrico en estudiantes de quinto grado de dos escuelas públicas de nivel elemental en Puerto Rico. Las tres estrategias de enseñanza que se utilizaron fueron: 1) enseñanza de Geometría en forma tradicional (grupo control), 2) la enseñanza de Geometría en un laboratorio de computadoras, además de la clase regular (grupo experimental 1), y 3) el uso de la computadora mediante presentaciones por su maestra en clases regulares (grupo experimental 2). El estudio se realizó durante el primer semestre del año académico 2006 con una muestra de 92 estudiantes de dos escuelas públicas del distrito escolar de Coamo. Se utilizó un diseño cuasi experimental con grupos no equivalentes intactos donde se compararon las prepruebas con los resultados de las pospruebas para poder contestar la hipótesis de la investigación (Guevara, 2007).

Guevara (2007) utilizó dos instrumentos para recopilar la información en su estudio: el *van Hiele Geometry Test*, para medir el razonamiento geométrico, y la *Prueba Formal de Geometría de Quinto Grado*, para medir el aprovechamiento geométrico. Ambos instrumentos se administraron antes y después del tratamiento. Para analizar los datos obtenidos de los instrumentos se llevó a cabo un análisis descriptivo y un análisis de covarianza (ANCOVA).

De acuerdo con Guevara (2007), los hallazgos generales del estudio reflejaron resultados mixtos entre los grupos a) niveles de razonamiento geométrico y b) las estrategias de enseñanza. Entre éstos se destacaron los siguientes: 1) los resultados de la

posprueba demostraron que los estudiantes que participaron de la instrucción multimedia y los que recibieron instrucción tradicional mejoraron significativamente ($p < 0.05$) tanto en el nivel de razonamiento geométrico como en el aprovechamiento geométrico con relación a la posprueba; 2) la instrucción asistida por la computadora mediante presentaciones por la maestra en clase y el uso del laboratorio de computadoras, a través del programa *Destino Matemática Curso III*, demostraron ser más efectivos que la enseñanza tradicional (Al comparar los resultados obtenidos por los estudiantes en los niveles de razonamiento geométrico y en el aprovechamiento geométrico) y 3) El estudio señala que existe una diferencia significativa ($p < 0.05$) entre los niveles de van Hiele de análisis y deducción informal entre los estudiantes que recibieron instrucción asistida por la computadora y los que recibieron instrucción tradicional. En el nivel de visualización, no se encontró diferencia significativa entre los métodos de enseñanza (Guevara, 2007).

Según Guevara (2007), la investigación demostró que el aprovechamiento académico de los estudiantes mejoró cuando el proceso de enseñanza era dirigido por programas de computadoras, al igual que la importancia de utilizar los niveles de van Hiele en el proceso de enseñanza. Entre las recomendaciones que sugiere la investigadora se encuentran: 1) investigar el uso de la instrucción multimedia en el aprovechamiento geométrico en otro grado o nivel de enseñanza; 2) estudiar el conocimiento y percepciones que tienen los maestros sobre el modelo de van Hiele para la enseñanza de Geometría y 3) investigar cómo influye el modelo de pensamiento geométrico de van Hiele en el desarrollo del razonamiento geométrico en otro grado o nivel de enseñanza (Guevara, 2007).

Lara Cotto (2007) llevó a cabo un estudio para determinar si la aplicación del modelo van Hiele en la enseñanza de funciones y sus gráficas producía mayor aprendizaje del concepto y determinar el efecto del modelo en la actitud de los estudiantes hacia las Matemáticas. Se diseñó el Nivel - 0 para el concepto función y para las gráficas de funciones, y se diseñaron las estrategias de aprendizaje de funciones y sus gráficas enmarcadas en las cinco fases de enseñanza del modelo de van Hiele. Todos los estudiantes tomaron un taller sobre el uso de la calculadora TI-83, previo a iniciarse el tratamiento y la tuvieron siempre a su disposición. Los estudiantes recibieron el tratamiento durante un período de 12 horas, equivalente a tres semanas de clases. El grupo experimental ($n = 50$) recibió la enseñanza con actividades educativas alineadas con el modelo van Hiele. El grupo control ($n = 49$) fue expuesto a una metodología tradicional (Lara Cotto, 2007).

Lara Cotto (2007), en su estudio, utilizó un diseño cuasi experimental con dos instructores donde a cada uno se le asignó aleatoriamente un grupo control y uno experimental. Antes de comenzar el tratamiento, los estudiantes completaron la escala de actitudes hacia las Matemáticas diseñada por Auzmendi (1992). Para evaluar los conocimientos previos en Matemáticas, se utilizaron los resultados de las Pruebas de Aprovechamiento administradas por el *College Board*. Ambas mediciones se utilizaron como covariadas para el análisis de covarianza ANCOVA. Finalizado el tratamiento, se administró nuevamente la postprueba sobre actitudes y el tercer examen del curso correspondiente al tema de funciones y sus gráficas.

Según Lara Cotto (2007), los análisis de covarianza ANCOVA y pruebas t no

reflejaron diferencia estadísticamente significativa ($\alpha = 0.05$) antes de comenzar el tratamiento. Los análisis estadísticos en las post mediciones reflejaron diferencia estadísticamente significativa ($\alpha = 0.05$) en el aprovechamiento a favor del grupo impactado en el modelo van Hiele. Sin embargo, la utilización del modelo no produjo diferencias estadísticamente significativas en la actitud de los estudiantes hacia las Matemáticas, excepto la motivación de estos para estudiar Matemáticas. Concluyó que la utilización del modelo van Hiele ayudó al aprendizaje de funciones y sus gráficas y motiva a los estudiantes a estudiar Matemáticas (Lara Cotto, 2007).

Atebe (2008) llevó a cabo un estudio en África con el propósito de explorar y explicar los niveles de pensamiento geométrico según van Hiele, en un grupo selecto de estudiantes de décimo, undécimo y duodécimo grado en escuelas de Nigeria y Suráfrica. El diseño del estudio es un estudio de caso colectivo con un paradigma de investigación interpretativo, y caracterizado por métodos cuantitativos y cualitativos. La muestra del estudio consistió en 144 estudiantes y seis maestros de Matemáticas de Nigeria y Suráfrica. Esta muestra se seleccionó usando técnicas de muestreo estadístico e intencional (Atebe, 2008).

Atebe (2008) utilizó cuestionarios, entrevistas y video para recoger la información en el estudio. El análisis de los datos fue hecho a través de estadística descriptiva y elementos incorporados de la estadística inferencial (ANOVA y Tukey HSD post hoc Test). Los resultados del estudio revelaron que la mayoría de los estudiantes no están listos para el estudio deductivo formal de la Geometría escolar. El 47%, el 22%, el 24%, el 2% y el 3% de los estudiantes se encontraban en los Niveles - 0,

1, 2, 3 y 4 de van Hiele, respectivamente. Muchos de los estudiantes de la submuestra de Nigeria estaban en el nivel 0 de van Hiele (53%) y la submuestra de Suráfrica estaban en el nivel 0 de van Hiele (41%). Ningún estudiante de Nigeria estaba en el Nivel - 4 de van Hiele y el 6% de los estudiantes de la muestra de Suráfrica estaban en el Nivel - 4 de van Hiele. Los estudiantes de la submuestra de Nigeria tenían pobre conocimiento de la Geometría en comparación con la submuestra de Suráfrica. Según el estudio, los resultados relacionados a diferencias de género favorecieron a los estudiantes masculinos en cuanto a la ejecución (Atebe, 2008).

Lisboa Medina (2010) llevó a cabo un estudio cuyo propósito era determinar el efecto de las fuentes de autoeficacia, según Bandura, en la percepción hacia las Matemáticas y el aprovechamiento matemático de estudiantes de undécimo grado, según el género. El diseño de investigación que se utilizó fue el cuasi experimental, con un grupo control y uno experimental. Se administraron al principio y al final del estudio dos instrumentos: Cuestionario sobre percepción de autoeficacia hacia las Matemáticas y una prueba de Matemáticas para medir el aprovechamiento académico. El investigador construyó ambos instrumentos, los cuales fueron validados por un panel de cuatro expertos en las áreas de Psicología y Matemáticas (Lisboa Medina, 2010).

De acuerdo a Lisboa Medina (2010), para el tratamiento al grupo experimental se usó un módulo matemático que integró el modelo de van Hiele (1986) y las fuentes de autoeficacia de Bandura (1997). Con el grupo control, se utilizó un modelo matemático que integró el modelo de van Hiele, pero sin las fuentes de autoeficacia de Bandura

(1997). El análisis estadístico utilizado en el estudio fue la media y la desviación estándar, el Coeficiente de Correlacion Ro de Spearman, la Prueba t y la Prueba del Tamaño del Efecto (Lisboa Medina, 2010).

Según Lisboa Medina (2010), los resultados del estudio fueron los siguientes: 1) la percepción de autoeficacia hacia las Matemáticas en los estudiantes del grupo experimental fue mayor al final del estudio; 2) se evidenció un aumento significativo en el aprovechamiento matemático de los estudiantes en ambos grupos, control y experimental; 3) se evidenció en ambos grupos una fuerte relación positiva en la percepción de autoeficacia hacia las Matemáticas y el aprovechamiento matemático de los estudiantes; 4) se encontró una diferencia estadísticamente significativa en la percepción de autoeficacia hacia las Matemáticas de los estudiantes con y sin tratamiento; 5) se encontró en ambos grupos una diferencia estadísticamente significativa en el aprovechamiento de los estudiantes; 6) no se evidenció una diferencia estadísticamente significativa en la percepción de autoeficacia hacia las Matemáticas por razón de género (Lisboa Medina, 2010).

Lisboa Medina (2010) recomendó que: 1) los maestros de Matemáticas reciban talleres de capacitación sobre la teoría de autoeficacia; 2) se integre la teoría de autoeficacia en el currículo escolar, de manera que el maestro promueva el desarrollo de la misma en los estudiantes y la considere en la planificación; 3) la incorporación del tema de la autoeficacia y talleres para el desarrollo de la percepción de autoeficacia en los propios estudiantes de educación y 4) el uso de módulos matemáticos que integren el

modelo de van Hiele. Como fuente de su marco teórico, el autor mencionó en su estudio la teoría de los niveles de van Hiele (1986), pero éste no se dirigió a los maestros de Geometría en el razonamiento geométrico ni en el nivel de dominio metodológico (Lisboa Medina, 2010).

Hock, Tarmizi, Yunus y Ayub (2015) llevaron a cabo un estudio en Malasia con el propósito de revelar el entendimiento conceptual de los estudiantes de escuela primaria en el aprendizaje de la Geometría en los aspectos de formas y espacio usando las ideas de la teoría de van Hiele. La *Metodología Q* fue utilizada en el estudio. Este método consiste en la observación de la percepción de un individuo o un grupo de participantes. La información se recoge a través de asuntos de interés, pero de manera individual. Se hacen preguntas a los participantes para que revelen sus percepciones en una variedad de constructos. Se identificó cómo esos constructos afectan las percepciones de los participantes.

De acuerdo con Hock, Tarmizi, Yunus y Ayub (2015), la muestra del estudio fue de 30 estudiantes de una escuela primaria. El instrumento utilizado en el estudio fue la *Muestra Q*. Este instrumento consiste en 34 enunciados que serán interpretados por los participantes. Estos enunciados tienen argumentos positivos y negativos que examinan el entendimiento de los participantes. Los primeros siete enunciados corresponden al Nivel 0 – visualización de la teoría de van Hiele; otros 14 enunciados corresponden al Nivel 1 – análisis y los últimos 13 corresponden al Nivel 2 – deducción Informal. Cada oración debe ser evaluada desde entendimiento alto (+4) hasta entendimiento mínimo (-4).

Según Hock, Tarmizi, Yunus y Ayub (2015), los resultados del estudio indicaron

que el 60% de los estudiantes alcanzaron el segundo nivel de pensamiento geométrico, según van Hiele y el 40% de los estudiantes alcanzaron el primer nivel. Este resultado revela que el entendimiento geométrico de los estudiantes, según la teoría de van Hiele, está en un nivel bajo. Los autores concluyeron que los hallazgos indicaron que la deficiencia de los niveles de Geometría de van Hiele aparentan ser globales en la naturaleza, cruzando los límites de las prácticas educativas y del currículo (Hock, Tarmizi, Yunus y Ayub, 2015).

Md. Yunus, Mohd Ayub y Hock (2019) determinaron los niveles de pensamiento geométricos, según los niveles de van Hiele, en estudiantes de escuela elemental en Malasia. La muestra del estudio consistió en 96 estudiantes, 32 de los cuales conformaban el grupo control. El grupo experimental estaba compuesto por 64 estudiantes, divididos en dos grupos de 32 estudiantes cada uno. Se aplicaron tres estrategias instruccionales diferentes en los tres grupos de estudiantes. El grupo control utilizó un módulo de instrucción convencional o tradicional, lo cual se refiere a la estrategia de enseñanza sin el uso de la teoría de van Hiele o algún *software* en la enseñanza. Uno de los grupos experimentales utilizó un módulo de enseñanza de Geometría que guió a los estudiantes a través de las fases de aprendizaje, según la teoría de van Hiele. El otro grupo experimental utilizó un módulo de la teoría de van Hiele, integrando un *software Google SketchUp*.

El diseño del estudio realizado era de tipo experimental y los datos se obtuvieron usando el *Wu's Geometry Test*, desarrollado por Wu y Ma (2005). Los resultados demostraron que los estudiantes se encontraban en niveles bajos (nivel 0 y nivel 1) de

pensamiento geométrico, según van Hiele. Luego de la intervención, los resultados de los participantes en el *Wu's Geometry Test* demostraron que la mayoría de los estudiantes en los tres grupos alcanzaron un nivel alto (nivel 2) en el pensamiento geométrico, según la teoría de van Hiele (Md. Yunus, Mohd Ayub y Hock, 2019).

A continuación, se presentan las investigaciones sobre la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) llevados a cabo con maestros. Éstas se presentan en orden ascendente.

Mayberry (1983) definió operacionalmente los cinco niveles de aprendizaje geométrico desarrollados por Pierre M. van Hiele y Dina van Hiele-Geldof (1957). En el estudio se diseñaron cuatro tareas para los primeros cuatro niveles usando siete conceptos geométricos comunes que incluyen: cuadrados, triángulos rectos, triángulos isósceles, círculos, rectas paralelas, similitudes y congruencia. Las cuatro tareas fueron revisadas por once educadores matemáticos (Mayberry, 1983).

Mayberry (1983) efectuó entrevistas grabadas a 19 maestros de preservicio de elemental (muestra del estudio), 13 de los cuales habían estudiado Geometría de escuela superior. El *Guttman's Scalogram Analysis* se utilizó para analizar los datos del estudio. De acuerdo con los resultados, el 70% de los patrones de respuesta de los estudiantes que tomaron la Geometría de escuela superior estaban por debajo del nivel IV (deducción). Además, los patrones de respuestas demostraron que los estudiantes que formaron parte del estudio no se encontraban en el nivel adecuado para entender la Geometría formal, que la instrucción que tomaron no los llevó al nivel IV (deducción) (Mayberry, 1983).

Según Mayberry (1983), los resultados demostraron que las tareas que

representan los niveles de van Hiele eran jerárquicas. Una prueba de consenso reveló que los estudiantes se encontraban en diferentes niveles de van Hiele para diferentes conceptos. La autora concluyó que el estudiante típico en el estudio no estaba preparado para un curso de Geometría deductiva formal (Mayberry, 1983).

McClendon (1990) realizó un estudio con 28 maestros que enseñaban Geometría a niños de Kinder a quinto grado en un distrito escolar de Florida, EE. UU. El propósito del estudio era determinar el entendimiento de conceptos geométricos de estos maestros y mejorar su actitud hacia la enseñanza de Geometría. Los maestros participaron en un instituto de verano de 60 horas, el cual estaba diseñado con la teoría de van Hiele. Se utilizó una prueba de los niveles de van Hiele y una escala de actitudes como preprueba y posprueba. Las actividades realizadas para enseñar los conceptos se desarrollaron utilizando las fases de aprendizaje del modelo. Las dos mediciones, preprueba y posprueba, fueron administradas a los dos grupos de 28 maestros cada uno: el experimental y el control. El grupo control lo formaron maestros que no participaron del taller y se le administró la preprueba ocho semanas antes de comenzar el taller de verano (McClendon, 1990).

Según McClendon (1990), ambos grupos obtuvieron resultados estadísticamente equivalentes en la preprueba, pero en la posprueba, el grupo experimental arrojó una diferencia significativa a un nivel de $p < 0.05$. El análisis de la preprueba y posprueba relacionado con la actitud hacia la enseñanza de Geometría y el nivel de entendimiento de los conceptos geométricos arrojó una diferencia significativa en los maestros que participaron del taller de verano. Sin embargo, entre los grupos no hubo diferencia

significativa con relación al nivel de entendimiento de Geometría y la actitud hacia la enseñanza de Geometría (McClendon, 1990).

Gutiérrez, Jaime y Fortuny (1991) presentaron un método alternativo para evaluar el nivel de razonamiento geométrico según van Hiele. La muestra del estudio fue de 50 estudiantes que no habían recibido una instrucción específica en Geometría espacial. Esta muestra se componía de: 20 futuros maestros de escuela primaria especialistas en Ciencia; 13 futuros maestros de escuela primaria especialistas en kindergarten; ocho futuros maestros de escuela primaria especialistas en lenguas modernas y nueve estudiantes de octavo grado (Gutiérrez, Jaime y Fortuny, 1991).

Gutiérrez, Jaime y Fortuny (1991) utilizaron un instrumento, el *Spatial Geometry Test*, prueba diseñada para evaluar el nivel de pensamiento de los estudiantes según van Hiele en la Geometría tridimensional. Esta prueba contiene nueve ítems y se agruparon en cinco actividades: las actividades uno y dos se enfocaron en la observación y manipulación de poliedros; en la actividad tres, los estudiantes usaron un conjunto dado de propiedades para identificar un sólido geométrico descrito por las propiedades dadas y, en las actividades cuatro y cinco, los estudiantes debían realizar deducciones lógicas. A cada grupo se le administró la prueba al mismo tiempo (entre enero y marzo, durante el segundo semestre). Se le entregó a cada estudiante una cartilla que contenía las preguntas y espacios en blanco para poder contestar e instrumentos de dibujo como regla, conjunto de cuadrados, compás y transportador (Gutiérrez, Jaime y Fortuny, 1991).

Gutiérrez, Jaime y Fortuny (1991) administraron una prueba que fue evaluada asignando un vector (l, t) , donde l correspondía a los niveles de van Hiele (nivel 1 –

reconocimiento, nivel 2 – análisis, nivel 3 – deducción informal, y nivel 4 – deducción formal) y t correspondía al tipo de respuesta (tipo 0 – respuestas no pueden ser codificadas; tipo 1 – el aprendiz no alcanzó un nivel dado, pero no ofrece información sobre cualquier nivel bajo; tipo 2 – incorrecto y contestaciones que no fueron trabajadas suficientemente, resultados incompletos o pocas explicaciones; tipo 3 – contestaciones que contienen pocas explicaciones, procesos de razonamiento incoherentes o resultados muy incompletos; tipo 4 – contestaciones correctas o incorrectas que reflejan características de dos niveles consecutivos de van Hiele y que contienen procesos claros de razonamiento y justificaciones suficientes; tipo 5 – contestaciones que presentan procesos de razonamiento que son completos pero contestaciones incorrectas que presentan procesos de razonamiento correctos que no llevan a la solución del problema; tipo 6 – contestaciones correctas que reflejan un nivel de razonamiento dado pero que están incorrectas; y tipo 7 – contestaciones correctas, completas y suficientemente justificadas que reflejan un nivel dado de razonamiento). El grado de adquisición del nivel obtenido por el estudiante se determinó cuantificando los vectores (l, t) correspondientes a todas las preguntas que pudieran haber contestado en ese nivel (Gutiérrez, Jaime y Fortuny, 1991).

Según Gutiérrez, Jaime y Fortuny (1991), la adquisición de un nivel de pensamiento fue representado por un segmento que va desde 0 hasta 100 y dividido de la siguiente forma: 0 a 15 - no adquisición; 15 a 40 – adquisición baja; 40 a 60 – adquisición intermedia; 60 a 85 – adquisición alta; y 85 a 100 – adquisición completa. Los tipos de respuestas 0 y 1 eran clasificadas como no adquisición; el tipo 2 y 3 eran clasificadas

como adquisición baja; el tipo 4 era clasificada como adquisición intermedia; el tipo 5 y 6 eran clasificadas como adquisición alta y el tipo 7 era clasificada como adquisición completa (Gutiérrez, Jaime y Fortuny, 1991).

Los resultados del estudio de Gutiérrez, Jaime y Fortuny (1991) reflejaron que 46 de 50 estudiantes (92%) mostraron un grado de adquisición que siguió un orden descendente para los cuatro niveles de van Hiele. Esto va de acuerdo con la estructura jerárquica del modelo de van Hiele y representa un factor de validación de la prueba y el criterio usado para medir los niveles de adquisición. Los autores concluyen que un estudiante puede desarrollar dos niveles consecutivos de razonamiento al mismo tiempo, dependiendo de la dificultad de los problemas geométricos (Gutiérrez, Jaime y Fortuny, 1991).

Según Gutiérrez, Jaime y Fortuny (1991), el método de adquisición de los niveles de van Hiele se puede aplicar a cualquier tema de Geometría y a entrevistas clínicas, al igual que en todos los temas de Geometría donde el modelo de van Hiele pueda ser aplicado. Sugirieron que la teoría de van Hiele debía ser adaptada al proceso de razonamiento complejo del ser humano, ya que las personas no se comportan de manera simple y lineal. Los autores recomendaron que se profundizara el estudio del problema de aquellos estudiantes que obtuvieron una mejor adquisición del Nivel 3, en vez del Nivel 2 para ver si las causas se debieron a fallas en la prueba, limitaciones en el método de evaluación o los métodos de enseñanza usados en el salón de clases (Gutiérrez, Jaime y Fortuny, 1991).

Swafford, Jones, y Thornton (1997) crearon un curso con maestros en servicio,

diseñado para aumentar el conocimiento y la conciencia en investigaciones acerca del aprendizaje de Geometría en los estudiantes. La muestra fue de 49 maestros de grados intermedios y el estudio se realizó por cuatro semanas. Los investigadores querían usar el instituto para investigar cómo la ayuda hacia los maestros en el contenido geométrico y la teoría impactaría la enseñanza de los estudiantes. A los maestros se les administró una preprueba y posprueba, la *Prueba de van Hiele*, (Usiskin, 1982), para evaluar cambios en los niveles de van Hiele de los maestros y una prueba de logro para evaluar el aumento en el conocimiento.

También se llevaron a cabo entrevistas y observaciones de seguimiento en una submuestra de los participantes del estudio durante el próximo año escolar para reportar las percepciones de los maestros y cambios en la instrucción. Los resultados mostraron que el curso que tomaron los maestros fue efectivo en el aumento de los niveles de van Hiele en los maestros, al igual que el impacto en los maestros para cambiar su instrucción basada en la teoría de van Hiele. Los maestros se sintieron más confiados con la Geometría, dispuestos a tomar riesgos y motivar a los estudiantes a hacer lo mismo. También querían los maestros más tiempo para enseñar una unidad de Geometría y estaban convencidos que los estudiantes necesitaban más oportunidades con experiencias en los niveles más bajos en el modelo de van Hiele (Swafford, Jones y Thornton, 1997).

Knight (2006) llevó a cabo un estudio con el propósito de determinar el nivel de entendimiento geométrico de maestros de Matemáticas de preservicio del nivel elemental y secundario. La muestra del estudio fueron 68 futuros maestros matriculados en una sección del curso MAT 475 (*Higher Geometry*) ($n = 22$) y dos secciones del curso MAT

107 (*Elementary Descriptive Geometry*) ($n = 46$) en la Universidad de Maine durante el otoño del semestre de 2005 (Knight, 2006).

Knight (2006) utilizó en el estudio el *van Hiele Geometry Test* como instrumento. Éste se administró como preprueba durante la primera clase del semestre. Luego, se administró el instrumento como posprueba una vez concluida la instrucción en cada sección. En cuanto a etapas de razonamiento, la investigadora encontró que los maestros de Matemáticas de preservicio de elemental y de secundaria estaban por debajo del Nivel - 3 de la teoría de van Hiele (deducción), y del Nivel -4 (rigor), respectivamente. Los resultados fueron sorprendentes para Knight (2006), porque los niveles de van Hiele en los maestros estaban más bajos que el nivel esperado de los estudiantes que completan el grado octavo y el grado noveno, respectivamente.

De acuerdo con Knight (2006), una de las limitaciones del estudio fue que la muestra era muy pequeña. Recomendó que debe efectuarse nuevamente el estudio, pero con una muestra mayor. La autora sugirió que, en el futuro, se investigue el nivel de entendimiento geométrico según van Hiele utilizando como sujetos a todos los estudiantes de los distintos recintos de la Universidad de Maine. También, la autora sugirió que se investigara el nivel de entendimiento geométrico según van Hiele en los maestros en servicio de Matemáticas del nivel elemental y secundario, para comparar ambos niveles y ver si el número de años enseñando esta área de contenido es un factor en el nivel de razonamiento geométrico en esta población (Knight, 2006).

El estudio de van der Sandt (2007), de dos años en Suráfrica, fue para investigar el conocimiento que tenían unos maestros y estudiantes de Geometría de séptimo grado

utilizando la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) y las escalas de adquisición de Gutiérrez, Jaime y Fortuny (1991). El diseño de investigación *ex post facto* se utilizó para determinar el estado de conocimiento de Geometría de los maestros de preservicio, los maestros en servicio y de los estudiantes. Los instrumentos utilizados en la investigación fueron dos cuestionarios: el primero consistía en 142 reactivos (ítems) que incluían conocimiento (contenido pedagógico y currículo), preparación de preservicio, creencias y actitudes acerca de la Geometría, al igual que la enseñanza y aprendizaje de la Geometría. El segundo cuestionario consistía en 56 ítems para los maestros y 40 ítems para los estudiantes. Este cuestionario medía conocimiento geométrico (van der Sandt, 2007).

La muestra del estudio fue de 224 maestros de preservicio, 18 maestros en servicio y 123 estudiantes. Los resultados del estudio indicaron que ambos grupos de maestros fallaron en alcanzar el nivel de pensamiento geométrico esperado (nivel 3, según van Hiele) y el nivel de adquisición (alto o completo) – el nivel esperado para aprendices de séptimo grado. De acuerdo con el estudio, parece que existe una relación entre el aprendizaje estudiantil y la educación de los maestros de preservicio, al igual que los años de experiencia (van der Sandt, 2007).

Del estudio de van der Sandt (2007) se desprendió que algunos programas de preparación de preservicio no tuvieron un impacto significativo. No se mantuvo ni se impactó de manera positiva los niveles de pensamiento ya alcanzados. Los resultados del estudio pueden contener implicaciones para el adiestramiento de maestros de preservicio y en servicio. El autor sugiere un programa de mejoramiento.

Halat (2008a) realizó un estudio en Turquía cuyo propósito era investigar las etapas de razonamiento de los maestros de Matemáticas de escuela intermedia y superior en la clase de Geometría. En el estudio el autor utilizó el procedimiento de muestreo por conveniencia. La muestra fue de 148 maestros de Matemáticas en servicio del nivel intermedio ($n = 110$) y superior ($n = 38$). El investigador utilizó una prueba de selección múltiple, el *van Hiele Geometry Test*, para determinar las etapas de razonamiento geométrico de los participantes. Esta prueba fue traducida al idioma turco por el investigador. Para el análisis cuantitativo de los datos, se utilizó la prueba t para muestras independientes ($\alpha = 0.05$), para comparar los niveles de pensamiento geométrico entre los géneros de los maestros participantes del estudio con el nivel enseñado a los estudiantes (Halat, 2008a).

Según Halat (2008a), todos los niveles de razonamiento geométrico de acuerdo con van Hiele estuvieron presentes, pero el nivel que más predominó fue el Nivel-3 (ordenamiento). Algunos maestros mostraron una ejecución en los Niveles-4 (deducción) y 5 (rigor). El estudio demostró que los maestros en servicio del nivel intermedio y superior presentaron todos los niveles de van Hiele (visualización, análisis, ordenamiento, deducción y rigor). No se encontraron diferencias significativas en términos de etapas de razonamiento promedio entre los maestros en servicio de nivel intermedio y superior y no hubo diferencias de género encontrados en los niveles de pensamiento geométrico (Halat, 2008a).

Según Halat (2008a), las limitaciones de su estudio fueron las siguientes: 1) se utilizó preguntas acerca de temas de cuadriláteros y estos resultados no se deben

generalizar para todos los temas en Geometría; 2) los resultados del estudio no se deben generalizar para todos los maestros en servicio del nivel intermedio y superior por las diferencias que pueden existir en cuanto a su programa de preparación como maestros, y 3) la selección de la muestra por conveniencia puede limitar las generalizaciones de los hallazgos en el estudio. Se recomienda buscar más estudios hechos con los maestros de preservicio del nivel elemental y superior para hacer una generalización más amplia acerca del razonamiento geométrico de los maestros (Halat, 2008a).

Halat (2008b) llevó a cabo otro estudio en una universidad localizada en el centro Turquía. El propósito del estudio era encontrar y comparar las etapas de razonamiento en Geometría de maestros de preservicio de escuela elemental y maestros de Matemáticas de secundaria, y examinar los efectos del género en las etapas de razonamiento. En el estudio, el investigador utilizó el procedimiento de muestreo por conveniencia. El número de participantes del estudio fue de 281 maestros de preservicio. Eran 125 maestros de preservicio de escuela elemental (68 femeninos y 57 masculinos), y 156 maestros de preservicio de escuela superior (72 femeninos y 84 masculinos). Todos los maestros de preservicio tomaron un curso de Geometría antes de participar en este estudio.

Halat (2008b) empleó una prueba de Geometría de selección múltiple (*van Hiele Geometry Test*). Esta prueba fue desarrollada para encontrar los niveles de razonamiento geométrico y fue traducida al idioma turco por el investigador. Se utilizó la prueba t para muestras independientes con un alfa de 0.05 para el análisis de los datos y examinar las

etapas de razonamiento de los maestros de Matemática de preservicio del nivel elemental y superior, y los maestros femeninos y masculinos de preservicio en cada grupo.

Halat (2008b) encontró que no hubo diferencia estadísticamente significativa en las etapas de razonamiento entre los maestros de preservicio de escuela elemental y los maestros de Matemática de escuela secundaria. Se esperaba que los maestros de preservicio de escuela secundaria alcanzaran niveles de razonamiento geométrico más alto que los maestros de preservicio de escuela elemental. Aunque no hubo diferencia con referencia a los niveles de van Hiele entre maestros de Matemáticas de secundaria de preservicio masculinos y femeninos, no hubo diferencia relacionada al género entre maestros de escuela elemental de preservicio.

Según Halat (2008b), los resultados no deben ser generalizados a otros maestros de preservicio del nivel elemental y de secundaria porque hay muchos factores, tales como las habilidades académicas de los estudiantes, la calidad de la instrucción, los equipos tecnológicos, los tipos de cursos ofrecidos en los programas, entre otros, que pueden influenciar en el aprendizaje de Matemáticas de los estudiantes que pueden ser diferentes en instituciones distintas. El investigador recomendó que los programas de educación de maestros de Matemáticas consideren ofrecer el curso de Geometría euclidiana para maestros de matemáticas de preservicio de secundaria. Además, los maestros educadores en los programas debían ofrecer más apoyo a los estudiantes femeninos en los cursos (Halat, 2008b).

Halat y Sahin (2008) realizaron una investigación en Turquía para determinar las etapas de razonamiento de maestros de escuela elemental de preservicio y en servicio en

Geometría. Un total de 186 maestros de escuela elemental participaron en el estudio. Los investigadores utilizaron una prueba de Geometría de selección múltiple, *van Hiele Geometry Test*, para encontrar los niveles de van Hiele en los participantes. Para el análisis de los datos cuantitativos se utilizó la prueba t para muestras independientes con $\alpha = 0.05$. El estudio reveló que los maestros de escuela elemental de preservicio y en servicio mostraron los primeros cuatro niveles de van Hiele, visualización, análisis, ordenación y deducción en diferentes percentiles y que no había diferencias en términos de las etapas de razonamiento entre los maestros de escuela elemental de preservicio y en servicio. Aunque no se encontró diferencia significativa de género en los niveles de pensamiento geométrico en los maestros en servicio, se detectó una diferencia significativa de género relacionada a las etapas de razonamiento entre los maestros de elemental de preservicio favoreciendo a las féminas (Halat y Sahin, 2008).

Muyeghu (2008) llevó a cabo un estudio en Namibia, África, cuyo fin era explorar las estrategias de enseñanza de maestros empleadas en la sala de clases, específicamente en la enseñanza de Geometría en el primer y segundo nivel de la teoría van Hiele, en décimo grado. La muestra del estudio consistió en tres maestros de Matemáticas de décimo grado. Este estudio empleó entrevistas, observaciones y análisis de documentos. La entrevista exploró las estrategias de enseñanza empleadas por los maestros de Matemáticas seleccionados en la enseñanza y el aprendizaje de la Geometría versus el trasfondo de los niveles I y II de la teoría de los niveles de van Hiele. Las observaciones se utilizaron para analizar la metodología de la enseñanza de los maestros en Geometría. El análisis de documentos incluyó: el programa de estudios de

Matemáticas, *The National Assessment Policy, Vision 2030, The National Board*

Curriculum, los planes de las clases, las preparaciones de las clases, las actividades o tareas, la política de las clases el currículo de Matemáticas de los grados 8 al 10 y el programa de clases de Matemáticas de grado 10 (Muyeghu, 2008).

De acuerdo con Muyeghu (2008), para desarrollar el protocolo de entrevista y observaciones se utilizó el modelo para la enseñanza proficiente de Kilpatrick et al. (2001), y la teoría de los niveles de van Hiele. Los componentes del modelo de Kilpatrick et al. (2001) incluyen: 1) entendimiento conceptual del conocimiento medular requerido en la práctica; 2) fluidez procedimental para llevar a cabo rutinas instruccionales básicas; 3) competencia estratégica en la planificación efectiva de la instrucción y solución de problemas que surgen durante la instrucción; 4) razonamiento adaptativo en la justificación y explicación de las practicas instruccionales individuales y reflexión sobre ellas para mejorar, y 5) la disposición productiva hacia las Matemáticas, enseñanza-aprendizaje y el mejoramiento de la práctica.

Según Muyeghu (2008), los hallazgos obtenidos de las observaciones en sala de clases y las entrevistas indicaron que muchas de las enseñanzas y aprendizajes de los maestros de Geometría de décimo grado de las escuelas seleccionadas están estructuradas de tal manera que apoyan el desarrollo del pensamiento geométrico como lo describe la teoría de van Hiele, particularmente en el primer y segundo nivel, aunque no hayan recibido una instrucción o entrenamiento directo sobre la teoría de los niveles de van Hiele. Sin embargo, se encontró evidencia indicando que existen lagunas con respecto a

las facilidades de la enseñanza y el aprendizaje de la Geometría en las escuelas estudiadas. Esto parece ser el caso de muchas escuelas en Namibia.

Muyeghu (2008) encontró las siguientes limitaciones: 1) el estudio de caso tenía una muestra pequeña y los resultados no necesariamente son generalizables en un contexto mayor; 2) la disponibilidad de los maestros de Matemáticas para el estudio fue limitada; 3) hay una posible limitación en términos de cómo los participantes respondieron completamente en las entrevistas y cómo estos ejecutaron en la sala de clases, y, por último, 4) no hay literatura disponible en la aplicación de la teoría de los niveles de van Hiele en el contexto de Namibia, África. No hay resultados para ser comparados con los del presente estudio. El autor sugiere en su estudio las siguientes recomendaciones: 1) utilizar una muestra de maestros de Matemáticas mayor y homogénea; 2) realizar estudios similares en otras regiones de Namibia y 3) hacer estudios similares en otros grados en Namibia (Muyeghu, 2008).

van Putten, Howie y Stoles (2010) realizaron un estudio en Suráfrica cuyo propósito era investigar las actitudes y el nivel de entendimiento de la Geometría Euclidiana en estudiantes de preservicio en educación en Matemáticas. El diseño de investigación utilizado fue un estudio de caso que describía estudiantes de tercer año de preservicio en educación en Matemáticas de la Universidad de Pretoria. La investigación utilizó datos cuantitativos y cualitativos. Se administró un módulo de Geometría diseñado por van Putten a un grupo como preprueba. El otro instrumento consistió en 32 ítems (24 fueron creados por el autor y ocho fueron adaptados de la *van Hiele Geometry Test* y fue administrado como posprueba. Un grupo representativo de estudiantes fue entrevistado

antes y después de haberse administrado el módulo para discutir sus experiencias en el aprendizaje de Geometría y para analizar sus actitudes hacia la materia. La teoría de los niveles de pensamiento de van Hiele (1986) fue utilizada como el marco teórico del estudio. De acuerdo con los autores del estudio, el módulo de Geometría ofrecido sí cambió la actitud de los estudiantes de preservicio hacia la Geometría, pero no ofreció una mejoría suficiente en sus niveles de pensamiento para ser capaces de enseñar la Geometría adecuadamente. Los autores recomiendan que se lleven a cabo más investigaciones en la naturaleza, contenido y duración mínima de un módulo de Geometría (van Putten, Howie y Stols, 2010).

Lin, Luo, Lo y Yang (2011) realizaron un estudio cuyo propósito era comparar el conocimiento en Geometría y los niveles de pensamiento geométrico de maestros de preservicio del nivel elemental de Estados Unidos y Taiwán. El diseño del estudio fue cuantitativo. La fuente de información se obtuvo de una prueba de Geometría de selección múltiple. La muestra del estudio fueron 40 maestros de preservicio de Taiwán y 48 maestros de preservicio de Estados Unidos. Los 40 maestros (30 femeninos y 10 masculinos) se preparaban para enseñar en los grados K al 6. En cuanto a los 48 maestros, 38 eran femeninos y 10 eran masculinos. Los instrumentos utilizados en el estudio fueron: el *Entering Geometry Test (EGT)* y el *van Hiele Geometry Test (VHGT)* desarrollado por Usiskin (1982). Dichos instrumentos fueron completados al inicio de su programa de educación para maestros. Los datos recopilados a través de estos dos instrumentos fueron analizados para determinar si existían diferencias significativas en el

conocimiento geométrico y los niveles de van Hiele entre los maestros de preservicio del nivel elemental de Taiwán y de Estados Unidos.

Los hallazgos del estudio de Lin, Luo, Lo y Yang (2011) indicaron que los maestros de Taiwán obtuvieron una puntuación promedio más alta en la prueba *Entering Geometry Test* y alcanzaron niveles de van Hiele altos comparado con el grupo de maestros de Estados Unidos. Se encontró una diferencia significativa de 0.01 entre los dos grupos. Esto significa que los maestros de preservicio de Taiwán tienen un mejor entendimiento de la Geometría que el grupo de maestros de Estados Unidos al comienzo de sus programas de educación para maestros.

De acuerdo a Lin, Luo, Lo y Yang (2011), entre las limitaciones del estudio se encontraron las siguientes: 1) los hallazgos del estudio no necesariamente deben ser generalizados a otros maestros de preservicio en Taiwán o en Estados Unidos o su entendimiento geométrico; 2) para generalizar y confirmar el significado de los resultados de este estudio se debe ampliar la muestra para un futuro; y 3) para determinar el nivel de entendimiento geométrico de los maestros en otras áreas es necesario desarrollar instrumentos que puedan medir esas áreas. Una vez se haga esto se pueden comparar los resultados de esos instrumentos con los resultados de este estudio. Los investigadores recomendaron que en un futuro se explore si una relación positiva entre el conocimiento matemático de los maestros o los niveles de pensamiento y el logro académico de los estudiantes existe en otros países, aparte de Taiwán y Estados Unidos (Lin, Luo, Lo y Yang, 2011).

Pinar (2011), en su estudio, definió la relación entre los niveles de pensamiento

geométrico y las actitudes hacia la Geometría en candidatos a maestros estudiando en el Departamento de Educación Elemental de la Universidad de Çukurova, en Turquía. La muestra del estudio consistió en 137 candidatos a maestros de primer grado. La prueba estadística que se utilizó fue el *Pearson Product –Moment Coefficient*, la prueba t para muestras independientes y ANOVA. Los instrumentos utilizados en el estudio fueron el *van Hiele Geometry Test* y el *Geometry Attitude Scale* (Pinar, 2011).

Según Pinar (2011), los datos del estudio revelaron que no se observaron diferencias significativas entre el género y las puntuaciones en el pensamiento geométrico. Hubo diferencia estadísticamente significativa entre los niveles de logro académico y el tipo de pensamiento geométrico de escuela superior de donde los candidatos se habían graduado y las puntuaciones de las pruebas de pensamiento geométrico. Los candidatos a maestros se encontraban en varios niveles de pensamiento y hubo una relación significativa, pero muy baja, entre las actitudes de los candidatos a maestros hacia la Geometría y el pensamiento geométrico (Pinar, 2011).

Reyhani, Iman Jome, Saleh Sedghboor y Moradi Veise (2011) condujeron una investigación en Irán cuyo propósito fue determinar el conocimiento de la Geometría en maestros de Matemáticas basados en el modelo de pensamiento geométrico de van Hiele. En el estudio, participaron 38 maestros de Matemáticas de preservicio y 12 en servicio. Los hallazgos demostraron que los participantes habían pasado a través del tercer nivel de la teoría van Hiele, pero no habían alcanzado el cuarto nivel de la teoría. Según los investigadores, los maestros deben adquirir el cuarto nivel de la teoría. El curso de Geometría en el programa corriente para preparar maestros de Matemáticas no ofreció

suficiente conocimiento profesional para maestros de preservicio y de servicio, concluyeron los investigadores.

Dhlamini (2012) investigó el entendimiento de la Geometría Euclidiana en un grupo de maestros de Matemáticas de duodécimo grado, quienes habían enseñado Matemáticas en dicho grado por 10 años o más. El método utilizado en el estudio fue el método cualitativo con un paradigma interpretativo. El marco teórico de la investigación estaba basado en el dominio del aprendizaje de la taxonomía de Bloom y la teoría de van Hiele en el entendimiento de la Geometría Euclidiana. Los datos del estudio fueron recolectados a través de entrevistas basadas en la tarea y en pruebas. Los maestros completaron una prueba seguida de una entrevista basada en tareas, especialmente en la prueba del origen de las respuestas incorrectas. Todas las respuestas fueron grabadas en audio y transcritas. Los datos del estudio revelaron que la mayoría de los maestros no poseen las categorías *SMK* tres a la cinco de la taxonomía de Bloom y los niveles de van Hiele (Dhlamini, 2012).

Karrass (2012) realizó un estudio para determinar una posible relación entre el razonamiento diagramático y el conocimiento geométrico de maestros de Matemáticas de preservicio. Las destrezas de razonamiento diagramático, al igual que una secuencia de los pasos desde visualización hasta la interpretación y formas, fueron el centro del contenido del conocimiento de los maestros para la enseñanza. Sin embargo, no existía un curso en el currículo de Matemáticas que desarrolle sistemáticamente las destrezas de razonamiento diagramático, excepto en Geometría (Karrass, 2012).

Según Karrass (2012), a un grupo de voluntarios se les presentaron unas pruebas

visuales de algunos teoremas del currículo de Matemáticas de escuela superior, en el último semestre del programa de preparación de maestros. Se les pidió que probaran o explicaran esos teoremas por medio del razonamiento. Los resultados de las entrevistas fueron analizados con respecto a los niveles de adquisición de van Hiele (Karrass, 2012).

El estudio de Karrass (2012) encontró que aquellos participantes que adquirieron unos niveles de van Hiele altos tenían mayor destreza en el reconocimiento de teoremas visuales y de probarlos. También se encontró una correspondencia entre las destrezas de razonamiento diagramáticos de los participantes y algunos comportamientos atribuidos a los niveles de van Hiele. Sin embargo, los niveles de van Hiele alcanzados por los participantes eran consistentemente más altos que sus destrezas de razonamiento diagramático pudieron indicar (Karrass, 2012).

Bleeker, Stols y van Putten (2013) llevaron a cabo un estudio de caso que describió las prácticas instruccionales de los maestros de los grados primero al quinto y los niveles de pensamiento geométrico de los estudiantes de acuerdo con el modelo van Hiele para determinar si existía una relación entre la práctica instruccional y el nivel de pensamiento de los estudiantes. Las prácticas instruccionales de los maestros fueron observadas y analizadas y el nivel de pensamiento geométrico de los estudiantes fue probado a través de una prueba van Hiele. Los resultados sugirieron que no había una relación simple entre las fases de aprendizaje, como la describió Crowley en 1987, según Bleeker, Stols y van Putten (2013), y el desarrollo geométrico en términos de los niveles de van Hiele.

Según Bleeker, Stols y van Putten (2013), es posible explicar el desarrollo

geométrico hasta cierto punto en términos de los niveles de van Hiele de las actividades de enseñanza observadas, aunque la presencia de actividades en un nivel apropiado no garantiza crecimiento en términos del modelo van Hiele, y la ausencia de eso resulta en un estancamiento. Las prácticas instruccionales en las escuelas primarias en todos los grados deben ampliar las experiencias en la clase de Geometría en todos los niveles porque el nivel de previsualización y el primer nivel de pensamiento de van Hiele es evidente hasta el quinto grado, indican los investigadores.

Patkin y Barkai (2014) investigaron los niveles de pensamiento geométrico en maestros de preservicio y en servicio de Matemáticas en varias etapas de su educación en Israel, específicamente en los primeros tres niveles de pensamiento geométrico, según la teoría de van Hiele. La muestra del estudio fue de 142 participantes distribuidos de la siguiente manera: 46 maestros de preservicio en el primer año de educación para ser maestro de Matemáticas de escuela elemental; 30 maestros de preservicio en el tercer año de su educación; 17 maestros de preservicio en su cuarto año de educación; 24 maestros en servicio estudiando su grado de maestría en educación en Matemáticas de escuela elemental y 25 participantes con un grado de bachiller o maestría en otra disciplina que estaban haciendo un cambio de carrera a enseñanza de Matemáticas en el nivel elemental e intermedia.

Los resultados del estudio de Patkin y Barkai (2014) indicaron que el nivel de pensamiento geométrico de los maestros de preservicio en su tercer y cuarto año de educación era similar a aquellos maestros de servicio que estaban estudiando la maestría en educación en Matemáticas. Por otro lado, el nivel de pensamiento geométrico de los

maestros de preservicio en su primer año de estudios y aquellos participantes que estaban haciendo un cambio de carrera a maestros de Matemáticas era muy bajo. Todos los grupos participantes demostraron un dominio más alto en el nivel de pensamiento geométrico en los temas de triángulos y cuadriláteros que en los temas de círculos y figuras geométricas tridimensionales. Un número mayor de participantes demostraron dominio en el tercer nivel de pensamiento geométrico, según van Hiele. Pocos participantes pudieron asimilar el tercer nivel de van Hiele en el tema de círculos. Todos los participantes no fueron versátiles en los dos niveles más altos en el tema de figuras geométricas tridimensionales. Muchos de los participantes internalizaron solo el primer nivel o no alcanzaron dicho nivel. El resto fue diagnosticado como inconsistente en el dominio de los niveles de pensamiento geométrico (Patkin y Barkai, 2014).

Yilmaz y Koparan (2016) llevaron a cabo un estudio en Turquía con el propósito de averiguar cómo una lección diseñada para enseñar Geometría afecta los niveles de pensamiento geométrico, según van Hiele, de unos candidatos a maestros. Se ejecutó un estudio de 14 semanas de duración con 44 candidatos a maestros, quienes eran estudiantes universitarios. El instrumento utilizado en el estudio fue el *van Hiele Geometry Thinking Test*. Esta prueba se administró antes y después de una lección de enseñanza de Geometría. Para el análisis de los datos se utilizó por ciento, frecuencia y la prueba t. Los resultados indicaron que los niveles de pensamiento geométrico de los candidatos a maestros y las puntuaciones de la prueba t fueron muy bajas antes de haber tomado la lección de enseñanza de Geometría. Luego de haber tomado la lección, los niveles de pensamiento geométrico y las puntuaciones de la prueba t aumentaron

considerablemente. Los autores indican que una lección diseñada para la enseñanza de la Geometría tiene un efecto en el aumento de los niveles de pensamiento geométrico de los candidatos a maestros.

Armah, Cofie y Okpoti (2018) investigaron el efecto de la enseñanza basada en las fases de van Hiele (investigación, orientación guiada, explicación, orientación libre e integración) en maestros de preservicio en Ghana, África. El diseño del estudio fue cuasi experimental. La muestra fue de 150 maestros de preservicio. El grupo control era de 75 maestros y el grupo experimental consistía en 75 maestros. Se administró el *van Hiele Geometry Test* (Usiskin, 1982) como preprueba y postprueba. En el grupo experimental, los maestros fueron instruidos en la Geometría de dos dimensiones usando la enseñanza basada en las fases de van Hiele, mientras que el grupo control fue instruido usando la enseñanza convencional o tradicional.

Los resultados fueron analizados con la prueba de *chi-square* y la prueba t. El estudio demostró que la muestra, en ambos grupos, aumentó los resultados en la postprueba del *van Hiele Geometry Test* cuando se compararon con la preprueba. Sin embargo, los maestros en el grupo experimental alcanzaron mayores niveles de pensamiento geométrico al compararse con el grupo control. Hubo diferencia significativa en las puntuaciones media en ambos grupos, favoreciendo a los maestros del grupo experimental. La ejecución de los maestros en grupo experimental sugiere que la enseñanza basada en las fases de van Hiele, utilizada como alternativa pedagógica, impactó positivamente en los niveles de pensamiento geométrico de los maestros de preservicio y tiene el potencial de mejorar la enseñanza y aprendizaje de la Geometría en

la escuela, en vez de la enseñanza convencional o tradicional (Armah, Cofie y Okpoti, 2018).

Metodología de enseñanza y aprendizaje de la Geometría

Según Ocasio de Rodríguez (2001), el dominio metodológico se logra cuando el maestro le ofrece al estudiante una variedad de estrategias instruccionales que hacen de la experiencia de aprendizaje una interesante y a tono con sus formas o estilos de aprender. Es cómo se llevará a cabo el proceso de aprendizaje. Es la combinación de técnicas, procedimientos y estrategias que facilitan la enseñanza y el aprendizaje por parte del maestro (López Yustos, 1998).

Según el *Marco Curricular de Matemáticas* (DEPR, 2003), el método se define como el modo ordenado de proceder para llegar a un fin determinado; representan el modo ordenado de proceder para lograr el aprendizaje en los estudiantes. En educación, los métodos se encuentran dentro de las estrategias de enseñanza (DEPR, 2003). De acuerdo con el DEPR (2003), el método de inquirir o descubrir es un sistema que genera preguntas y requiere respuestas. Implica que el maestro estimula a sus estudiantes a pensar, preguntar, obtener datos, hacer hipótesis, predecir y experimentar. El método puede clasificarse en tres tipos:

1. El método inductivo guiado, cuando el maestro controla y dirige el proceso; los estudiantes se mueven como un conjunto durante la actividad y se seleccionan casos específicos.

2. El método inductivo no guiado, cuando los estudiantes seleccionan el fenómeno a estudiar o éste es planteado por el maestro, pero los estudiantes someten a prueba sus hipótesis.
3. El método deductivo, cuando se dan las reglas o generalizaciones a los estudiantes y luego se plantea la situación o el problema en que se solicita que encuentren ejemplos de la regla o generalización.

A continuación, se presentan las investigaciones sobre la metodología de enseñanza y aprendizaje de la Geometría realizadas con estudiantes. Éstas se presentan en orden ascendente.

Gutiérrez Muñoz (1992) investigó la relación entre el aprovechamiento académico en Geometría de los estudiantes de séptimo grado de la Escuela Intermedia Urbana Ramón De Jesús Sierra, en Puerto Rico, instruidos por el método de adquisición de conceptos y el aprovechamiento académico de los estudiantes instruidos por el método tradicional. La pregunta de investigación formulada en el estudio fue la siguiente: ¿Existe alguna diferencia estadísticamente significativa entre el aprovechamiento académico en Geometría de los estudiantes de séptimo grado instruidos por el método de adquisición de conceptos (MAC) y el aprovechamiento académico de los estudiantes instruidos por el método tradicional (MT)? Los participantes del estudio fueron 70 estudiantes divididos en dos grupos de 35 alumnos por grupo: el grupo experimental (MAC) y el grupo control (MT) (Gutiérrez Muñoz, 1992).

Según Gutiérrez Muñoz (1992), a cada grupo se le administró la subescala *Confianza de la Escala Fennema-Sherman* para garantizar que evidenciaran igual nivel

de confianza para ejecutar tareas matemáticas. También, se les administró una preprueba y una postprueba de Geometría. Los resultados del estudio fueron analizados mediante estadística descriptiva (media, desviación estándar y varianza) y estadística inferencial (Prueba t y análisis de correlación Pearson).

De acuerdo con Gutiérrez Muñoz (1992), los resultados reflejaron que no existía diferencia estadísticamente significativa entre el aprovechamiento académico en Geometría del grupo que siguió el método de adquisición de conceptos y el aprovechamiento académico del grupo que siguió el método tradicional. El análisis de datos reflejó un mejoramiento general en las notas de los alumnos del grupo MAC sobre el grupo MT. La autora recomendó que el estudio se repitiera considerando otras variables, tales como: el estilo de aprender de los estudiantes, la variable de permanencia de contenido y el aumento en la duración del estudio (Gutiérrez Muñoz, 1992).

Erdogan, Akkaya y Celebi Akkaya (2009) en su investigación, quisieron determinar el efecto del proceso de enseñanza basado en el modelo de van Hiele en los niveles de pensamiento creativo en estudiantes de sexto grado. El diseño utilizado en el estudio fue el cuasi experimental. La muestra del estudio fue de 50 estudiantes de sexto grado matriculados en el año escolar 2005-2006, en Bolu, Turquía. El estudio se llevó a cabo con dos grupos: en el grupo experimental se llevó a cabo la enseñanza basado en el modelo de van Hiele, y en el grupo control se llevó a cabo la enseñanza basado en el método tradicional. El instrumento utilizado en el estudio para determinar los niveles de pensamiento creativo de los estudiantes antes y después de la enseñanza fue el *Shapes Section of the Torrance Creative Thinking Test*. Se usó la prueba t para determinar si

existía diferencia significativa entre los niveles de pensamiento creativo en los grupos experimental y control, antes y después de la enseñanza.

De acuerdo con Erdogan, Akkaya y Celebi Akkaya (2009), aunque hubo diferencia significativa entre el pensamiento creativo, la originalidad en la fluidez, la abstracción en los títulos, las listas de fuerzas creativas y la creatividad de los estudiantes en la preprueba y posprueba en el grupo experimental, no se observó una diferencia significativa entre las prepuntuaciones y postpuntuaciones de los estudiantes en el grupo control relacionados a las subdimensiones del pensamiento creativo y las puntuaciones totales. Cuando se examinaron los niveles de pensamiento creativo de los estudiantes después de la enseñanza, se encontró una diferencia significativa en las puntuaciones totales de la postprueba relacionados a fluidez, originalidad, la abstracción de los títulos, las listas de fuerzas creativas y la creatividad en ventaja del grupo experimental.

Lewis (2009) examinó la relación entre el uso de estrategias basadas en la investigación en una clase de Geometría y el logro en la prueba de fin de curso (EOCT, por sus siglas en inglés). También analizó cuantitativamente la implantación de la enseñanza basada en la investigación. La pregunta de investigación principal del estudio se focalizó en cómo mejorar las puntuaciones en una prueba de Geometría estándar. Este estudio utilizó la prueba t para analizar las puntuaciones EOCT de dos grupos de estudiantes de Geometría en una escuela de Título I, en EE. UU.

Los resultados del estudio de Lewis (2009) indicaron que los estudiantes instruidos con la enseñanza basada en la investigación aumentaron sus puntuaciones en la EOCT. La estrategia de enseñanza predominante en el proceso de implantación fue la

investigación guiada y la instrucción formal incluía modelos del proceso de investigación. El cambio social podría ser impactado señalando aquellas estrategias que pueden ayudar al estudiante a desarrollar actitudes positivas a la solución de problemas a través de la investigación y el aumento en el entendimiento del contenido matemático. El desarrollo de las destrezas de pensamiento crítico en la solución de problemas puede contribuir al éxito en la escuela superior, en la universidad y en el lugar de trabajo, concluye la autora (Lewis, 2009).

Smith (2010) llevó a cabo un estudio que comparó y caracterizó los argumentos creados por estudiantes de Matemática de octavo grado mientras trabajaban en ambientes tecnológicos y no tecnológicos. Los estudiantes trabajaron a través de una unidad, la cual investigaron y desarrollaron definiciones, propiedades, teoremas y sistemas de clasificación relacionados a triángulos. La metodología experimental de enseñanza fue utilizada con dos clases de Matemáticas de octavo grado en una escuela urbana intermedia en el sureste de los EE. UU. La clase que incorporó la tecnología utilizó como herramienta el *Geometer's Sketchpad*, para explorar e investigar conceptos geométricos. La clase que no incorporó tecnología utilizó como herramienta los *snap-cubes*, reglas y transportadores. Para analizar el contenido y estructura de los argumentos de los estudiantes se utilizó el modelo de argumentación de Toulmin (1958), incluyendo las formas en las que los estudiantes usaban las herramientas (tecnológicas y no tecnológicas) (Smith, 2010).

Los hallazgos de Smith (2010) revelaron que los estudiantes en la clase de Matemática que incorporó la tecnología, crearon más argumentos que sus contrapartes en

la clase de Matemática que no utilizó tecnología. Esto puede estar relacionado a las habilidades dinámicas de las herramientas en vez del uso de la tecnología. A los estudiantes, en ambas clases, no les gustaba hacer razonamientos explícitos cuando usaban las herramientas (tecnológicas y no tecnológicas), las cuales pueden estar relacionadas a la tarea que los estudiantes estén trabajando. Cuando los estudiantes trabajaban en tareas de conjeturas o generalizaciones, éstos estaban poco activos en el uso de las herramientas. Sin embargo, cuando los estudiantes fueron inducidos para hacer su razonamiento explícito mientras usaban la tecnología, éstos se sintieron obligados. Los resultados del estudio sugirieron que los maestros necesitan diseñar tareas y actividades que utilicen herramientas con habilidades dinámicas; se debe capitalizar en la disponibilidad dinámica de las herramientas y pedir a los estudiantes que hagan su razonamiento explícito cuando usan este tipo de herramientas (Smith, 2010).

Tentomas (2010) estudió la efectividad de un plan de una unidad diseñado para aumentar las habilidades espaciales y la Geometría de tres dimensiones de los estudiantes. Los participantes de la investigación fueron 50 estudiantes (19 masculinos y 31 femeninos) y dos maestros de una escuela pública secundaria en un suburbio de una comunidad de clase media en Nueva York. Los estudiantes eran de noveno y décimo grado en un curso preparatorio de Geometría universitaria y dos cursos de Geometría de honor. El instrumento que se administró a los estudiantes fue *The Purdue Visualization of Rotations Test*. Éste se administró como preprueba y posprueba para demostrar si los estudiantes aumentaron o no la habilidad espacial. El investigador, y los dos maestros,

crearon un plan de una unidad de Geometría focalizado en mover figuras de dos dimensiones a la visualización de tres dimensiones (Tentomas, 2010).

Según Tentomas (2010), los resultados cuantitativos indicaron que el plan de una unidad creado para el estudio fue efectivo. Las puntuaciones de los estudiantes aumentaron de la preprueba a la posprueba. La evidencia del estudio sugirió que componentes bien diseñados pueden ayudar en el aumento de las habilidades espaciales. Los resultados cualitativos sugirieron que se debe dedicar más tiempo a la solución de problemas relacionados con la habilidad espacial. Las respuestas a las preguntas de la entrevista mostraron que los estudiantes utilizaban métodos similares al resolver problemas de habilidad espacial. Basado en los resultados cuantitativos, la retención de conocimiento no fue significativa, tal vez porque el estudio se hizo al final del año académico (Tentomas, 2010).

Rossiter (2012) examinó en su estudio la efectividad del curso *Math Recovery* en un grupo de estudiantes de noveno grado matriculados en el curso Álgebra I/Geometría. Se investigó el género y las diferencias de raza para determinar el impacto en el logro académico. Los estudiantes del curso Álgebra I/Geometría se dividieron en dos grupos: aquellos matriculados en *Math Recovery*, el grupo del tratamiento ($n = 32$), y aquellos no matriculados en *Math Recovery* ($n = 120$), para un total de 152 estudiantes. Los estudiantes matriculados en *Math Recovery* eran estudiantes matemáticamente deficientes. Por tal razón, se usaban las puntuaciones *MAP* de los estudiantes de octavo grado como covariable, para remover la varianza de las puntuaciones académicas que tienen los estudiantes en las calificaciones de noveno grado y las puntuaciones *MAP* de

décimo grado. Los resultados del estudio mostraron que no había diferencias significativas en las calificaciones o en las puntuaciones *MAP* de décimo grado entre estudiantes matriculados en *Math Recovery* y aquellos estudiantes no matriculados en el curso. Tampoco hubo diferencias significativas cuando los grupos fueron separados por género y por raza (Rossiter, 2012).

Somayajulu (2012) realizó un estudio con el propósito de investigar el impacto de dos trimestres de trabajo, incluyendo dos cursos centrados en el análisis del trabajo de los estudiantes y el pensamiento geométrico, en el conocimiento matemático de maestros de preservicio. Los participantes del estudio eran ocho maestros de preservicio que buscaban la licencia para enseñar cursos de matemáticas del séptimo al duodécimo grado en una universidad del medio oeste en EE. UU. Fueron administradas unas encuestas a los participantes como preprueba y posprueba. Además, para clarificar las respuestas de las encuestas, se llevaron a cabo entrevistas. Basados en las respuestas de los participantes, se seleccionaron a tres para efectuar un estudio de caso profundo.

El análisis de los datos de Somayajulu (2012), reveló que las puntuaciones de los maestros de preservicio en las encuestas posprueba eran significativamente más bajas que sus puntuaciones en las encuestas preprueba. Las puntuaciones de los maestros de preservicio relacionados al análisis del trabajo y el pensamiento de los estudiantes fueron significativamente bajos en la posprueba. Sin embargo, no hubo diferencia significativa entre las puntuaciones de la preprueba y posprueba de los ítems relacionados a estrategias instruccionales y preguntas. No hubo diferencias significativas en sus puntuaciones para autoeficacia de la preprueba a la postprueba.

Los estudios de caso, por su parte, revelaron que los maestros de preservicio se apoyaban en sus experiencias pasadas como aprendices de Matemáticas, al igual que sus experiencias de trabajo, mientras toman decisiones pedagógicas. El conocimiento del contenido fue crucial en su proceso de toma de decisiones pedagógicas. Los maestros de preservicio no fueron capaces de utilizar modelos de aprendizaje basado en *Assessment* para evaluar el trabajo del estudiante y el desarrollo de tareas instruccionales (Somayajulu, 2012).

Yee (2012) llevó a cabo un estudio con el propósito de determinar las metáforas utilizadas por los estudiantes para describir la solución de problemas matemáticos. Este estudio focalizó en identificar cómo los estudiantes interpretan y perciben la solución de problemas matemáticos a través de metáforas conceptuales. Estas percepciones e interpretaciones fueron codificadas y analizadas cuantitativa y cualitativamente.

En el estudio de Yee (2012), participaron 14 estudiantes de Geometría de honor y dos maestros de honor de Geometría en una escuela superior de Ohio, EE. UU. Los estudiantes fueron entrevistados entre 10 y 30 minutos después de haber completado una de tres tareas comunes de *Assessment* de Geometría de honor. Los maestros también fueron entrevistados antes de evaluar cada tarea de *Assessment*. El diseño del estudio utilizado fue el *Interpretative Phenomenological Analysis* de entrevistas semi estructuradas. Para el análisis de datos, se utilizaron correlaciones con las respuestas de los estudiantes y las pruebas t de varianza entre los maestros. Los resultados del estudio confirmaron que las metáforas usadas por los estudiantes eran coherentes. Esto corroboró la existencia de un sistema metafórico para la solución de problemas matemáticos.

Arıcı y Aslan-Tutak (2015) examinaron el efecto de la enseñanza de Geometría basada en el *origami* en la visualización espacial, en el logro geométrico y en el razonamiento geométrico de estudiantes de décimo grado en Turquía. La muestra del estudio fue de 184 estudiantes de una escuela pública en Turquía. El diseño del estudio era cuasi experimental con preprueba y posprueba. El grupo control consistió en 94 estudiantes que recibieron una enseñanza regular de Geometría en la sala de clases, mientras que el grupo experimental consistió en 90 estudiantes que recibieron enseñanza de Geometría basada en el *origami* por 4 semanas. Utilizaron un instrumento para medir la habilidad de visualización espacial de los estudiantes: el *The Spatial Visualization Test*. Además, se utilizaron el *Geometry Achievement Test* y el *Geometric Reasoning Test*, ambos diseñados por los investigadores para medir el nivel de logro geométrico y el nivel de razonamiento geométrico de los participantes en aspectos clave acerca de triángulos. Todas las pruebas se administraron a los grupos como preprueba y posprueba.

Arıcı y Aslan-Tutak (2015) utilizaron el análisis de varianza para analizar las respuestas en cada prueba. Los resultados del estudio indicaron que la enseñanza basada en el *origami* tuvo un efecto significativo en todas las variables dependientes del estudio (visualización espacial, logro y razonamiento geométrico). El estudio sugirió que el *origami* puede ser integrado en las lecciones de Geometría de escuela superior para hacer el aprendizaje de Geometría uno más efectivo.

In'am y Hajar (2017) analizaron la implementación del aprendizaje de Geometría a través de la formación científica en tres aspectos: actividades del maestro, actividades del estudiante y los resultados de los logros obtenidos. El diseño del estudio fue

cualitativo y descriptivo. La muestra fue de estudiantes de la clase de séptimo en una escuela de Indonesia. Los datos del estudio fueron obtenidos a través de observaciones directas de las actividades de los maestros y estudiantes. Los resultados de las actividades de aprendizaje de los estudiantes se obtuvieron a través de pruebas de Geometría.

Los resultados del estudio demostraron que los maestros pudieron implementar las actividades de aprendizaje planificadas, y con ellas, mejoraron la de los estudiantes. Cinco aspectos del aprendizaje científico (observación, hacer preguntas, razonamiento, intento y presentación) fueron implementados. Las actividades de los estudiantes fueron realizadas tal como se planificaron y todos los aspectos de las actividades de aprendizaje estudiantil en este enfoque fueron implementados (In'am y Hajar, 2017).

Jelatu, Sariyasa y Ardana (2018) examinaron el efecto de la estrategia REACT (*Relating, Experiencing, Applying, Cooperating y Transferring*) asistida por GeoGebra en el entendimiento de conceptos geométricos y también la interacción entre la estrategia de aprendizaje y la habilidad espacial en el entendimiento de conceptos geométricos. Este estudio se llevó a cabo en Indonesia, en una escuela intermedia privada con una muestra de 60 estudiantes de octavo grado. El diseño del estudio fue cuasi experimental. Antes del experimento, los estudiantes tomaron una prueba de habilidad espacial. El grupo control y el experimental fueron divididos en habilidad espacial alta y habilidad espacial baja. El grupo control fue instruido o enseñado con el método convencional o expositivo, mientras que el grupo experimental fue enseñado con la estrategia REACT asistida con GeoGebra.

Los resultados del estudio se analizaron usando la prueba de ANOVA *two-way*.

Los hallazgos del estudio fueron los siguientes: la estrategia REACT asistida con GeoGebra llevó a los estudiantes a alcanzar un mayor entendimiento en los conceptos geométricos al ser comparados con aquellos estudiantes que recibieron el método de enseñanza expositivo; por último, no hubo efecto alguno en la interacción entre la estrategia REACT asistida por GeoGebra y la habilidad espacial en el entendimiento de conceptos geométricos de los estudiantes. Los autores recomiendan el uso de la estrategia REACT asistida por GeoGebra en la enseñanza de las Matemáticas, especialmente en la Geometría porque esta estrategia demostró ser efectiva en el aumento del entendimiento de los conceptos geométricos de los estudiantes (Jelatu, Sariyasa y Ardana, 2018).

A continuación, se presentan las investigaciones sobre la metodología de enseñanza y aprendizaje de la Geometría realizados con maestros. Éstas se presentan en orden ascendente.

Halat y Jakubowski (2001) llevaron a cabo un estudio cuyo propósito era investigar el uso de *WebQuest* en la enseñanza y aprendizaje de Geometría. La muestra fue de 19 maestros de preservicio de Matemáticas del nivel intermedio y superior, divididos en grupos que no excedían cinco estudiantes. Los investigadores introdujeron editores de páginas web, tales como *Microsoft FrontPage*, *Netscape Editor* y *Adobe Page Mill*.

Halat y Jakubowski (2001) explicaron los componentes de un buen *WebQuest* y demostraron a los estudiantes cómo hacer uno. El *WebQuest* es un modelo de enseñanza y aprendizaje basado en la computadora, en el cual, los aprendices están involucrados de manera activa en una actividad o situación y en el uso del *Internet* como recurso. Cada

miembro de un grupo seleccionó diferentes tareas en sus proyectos. Los temas que debían incluir el *WebQuest* eran de triángulos o cuadriláteros, basados en la teoría de van Hiele adaptado para estudiantes de séptimo grado. Después del proceso de creación de *WebQuest*, los grupos presentaban sus *WebQuest*.

Halat y Jakubowski (2001) entrevistaron a cada presentador del grupo para recopilar la información y analizarla. Emplearon un cuestionario que contenía seis preguntas sobre el uso de los *WebQuest* en la enseñanza y aprendizaje. Todos los grupos aportaron respuestas positivas, indicando que querían usar el *WebQuest* como una alternativa al libro de texto y la manera tradicional, en la que se enseña. Los maestros sentían que el ambiente del *WebQuest* les permitió a los estudiantes aplicar conceptos geométricos en aplicaciones de la vida diaria usando la tecnología (Halat y Jakubowski, 2001).

De acuerdo con Halat y Jakubowski (2001), entre las limitaciones del *WebQuest* se encontraban: 1) la posibilidad del acceso limitado del *Internet*; 2) el tiempo transcurrido en que el maestro desarrolla un *WebQuest* y 3) la búsqueda de enlaces confiables como recursos en el *WebQuest*. Los autores concluyeron que hay apoyo para realizar más investigaciones acerca del uso de los *WebQuest* en los programas de preparación para maestros (Halat y Jakubowski, 2001).

Un estudio realizado por Myers (2009), tenía el propósito de examinar los efectos del uso de la tecnología en el logro matemático de los estudiantes, particularmente los resultados matemáticos de la *FCAT (Florida Comprehensive Assessment Test)*. Participaron 11 maestros en un programa piloto en el uso del *GSP (Geometers*

Sketchpad). Los maestros pertenecían al sistema de escuelas públicas del condado Miami-Dade en Florida, EE. UU. Tres de esas escuelas fueron escogidas al azar para este estudio. Cada escuela envió a un maestro a un programa de entrenamiento en servicio en verano para saber utilizar el *GSP* en la enseñanza de Geometría. En cada escuela, los participantes del estudio fueron los estudiantes de la clase de *GSP* y la clase de Geometría tradicional enseñados por el mismo maestro.

Los resultados matemáticos de la *FCAT* de los estudiantes fueron examinados para determinar si el *GSP* produciría algún efecto. Las puntuaciones de los estudiantes fueron comparadas en base al grupo control o experimental, al igual que el género (Myers, 2009).

Según Myers (2009), los hallazgos del estudio revelaron una diferencia significativa en las puntuaciones matemáticas de la *FCAT* de estudiantes que fueron enseñados en Geometría usando *GSP*, comparado con aquellos que usaron el método tradicional. No hubo diferencias significativas entre las puntuaciones matemáticas de la *FCAT* basados en el género. El investigador concluyó que el uso de la tecnología impulsa las puntuaciones en las pruebas matemáticas de la *FCAT*. Se recomendaron cambios en la manera en que se enseña Geometría en estudiantes de décimo grado en las escuelas públicas del estado de Florida, EE.UU (Myers, 2009).

Sabey (2009) investigó el conocimiento de la Geometría Euclidiana de maestros de preservicio del nivel secundario. Los participantes del estudio fueron 15 estudiantes con especialidad en educación secundaria en Matemática, quienes tomaron un curso de métodos matemáticos en una universidad del estado del medio oeste en EE. UU. Se

utilizaron métodos mixtos para establecer la proficiencia matemática que tienen los maestros de preservicio del nivel secundario en el área de contenido de la Geometría Euclidiana.

De acuerdo con Sabey (2009), una prueba de lápiz y papel reveló un amplio conocimiento matemático que se extendió desde los primeros tres participantes que contestaron correctamente las 15 preguntas (grupo alto) hasta los últimos tres participantes que contestaron ocho de las quince preguntas correctamente (grupo bajo). Se llevaron a cabo entrevistas profundas con cinco participantes: dos del grupo alto, dos del grupo bajo y uno del grupo medio. Los participantes del grupo alto demostraron entendimiento conceptual, fluidez procedimental, competencia estratégica, razonamiento adaptativo y disposición productiva. Los participantes del grupo bajo, por otro lado, demostraron deficiencias en cada una de las características antes mencionadas. El participante del grupo medio compartió las características de los participantes del grupo alto de forma más cercana que los participantes del grupo bajo (Sabey, 2009).

Sabey (2009), en su estudio, demostró que completar de manera exitosa los requisitos de los cursos matemáticos no garantiza la presencia de un entendimiento de las Matemáticas que se espera que enseñen los maestros de preservicio de secundaria. Recomendó que la posible falta en la proficiencia matemática en los maestros de preservicio de secundaria deba traerse a la atención de la comunidad matemática y ser documentados, de manera que se puedan hacer mejoras en la preparación de maestros. Se sugiere que se integren contenidos basados en conceptos junto con la pedagogía en los cursos de métodos matemáticos.

Lee (2010) describió en su estudio cómo dos maestros de décimo grado diseñaron una unidad presentada en la disciplina integrada, utilizando el Aprendizaje Basado en el Proyecto (*Project-Based Learning*) como herramienta para ayudar a los estudiantes a crear un argumento convincente y válido en su clase de Matemáticas. La unidad de Aprendizaje Basado en el Proyecto (ABPj) de cinco semanas de duración iba dirigida a Estudios Americanos/Inglés y contenido de Geometría. Para medir el rigor y la pertinencia de la unidad, se recolectó información de varias fuentes: entrevistas de maestros formales e informales, notas de campo, grabaciones diarias de la enseñanza en la sala de clases, y artefactos creados por los estudiantes durante la unidad. Los resultados señalan que el diseñar e implementar una unidad de Aprendizaje Basado en el Proyecto (ABPj) no es cosa fácil. La unidad de ABPj careció de la profundidad requerida para que los estudiantes captaran en el razonamiento en Matemáticas y la prueba matemática. Para implantar una unidad de ABPj se requiere que los practicantes reflexionen en sus prácticas educativas y en colaboración con otros para que el aprendizaje en los estudiantes pueda aumentar (Lee, 2010).

Nirode (2012) llevó a cabo un estudio para examinar el uso por parte de los maestros de tareas de estudiantes que involucraban el *Dynamic Geometry Software*, en el cual se construye una figura geométrica y, luego, se altera mientras se mantienen sus propiedades construidas. La investigación exploró cómo y por qué 12 maestros de Geometría de escuela secundaria del suroeste de Ohio, EE. UU, comprometieron a sus estudiantes con tareas dinámicas de Geometría. También examinó el desempeño de los maestros en dichas tareas en años anteriores y sus planes para su uso futuro. A través del

diseño de investigación naturalístico, el investigador entrevistó a cada maestro y estudió las tareas impresas de Geometría dinámica que los maestros usaban con sus estudiantes (Nirode, 2012).

De acuerdo con Nirode (2012), en el análisis de datos se aplicaron los fundamentos de la teoría metodológica. Los maestros que habían usando Geometría dinámica de uno a ocho años habían enseñado en una variedad de escuelas y usaron tareas de Geometría dinámica de maneras similares. Los maestros usaron tareas de Geometría dinámica convergente para guiar a los estudiantes a descubrir conjeturas o verificar teoremas, para proveer a los estudiantes ayudas visuales dinámicas exactas y para tener un cambio en la rutina del salón de clases. Muchos maestros experimentaron acceso restringido en las computadoras. Los maestros eran proficientes en lo que les decían a los estudiantes qué hacer con la Geometría dinámica, pero no más allá de eso y los maestros estaban interesados en el desarrollo profesional. El uso de la Geometría dinámica estaba construido a base de su uso pasado y se esperaba que su uso futuro se construya tomando como base su uso actual (Nirode, 2012).

Nirode (2012) señaló que los maestros usaron tareas convergentes debido a su concepción limitada de la Geometría de escuela secundaria. Había una ausencia de la conexión del tema de pruebas geométricas en las tareas. El investigador recomendó que, en futuras investigaciones, se condujeran en conjunto al desarrollo curricular y al desarrollo profesional de maestros o ambos.

Aslan-Tutak y Adams (2015) examinaron el aprendizaje de Geometría de maestros de preservicio del nivel elemental, en Estados Unidos, utilizando métodos

cuantitativos y cualitativos. La investigación cualitativa utilizó métodos de análisis narrativo y temático, mientras que la investigación cuantitativa se enfocó en el contenido del conocimiento geométrico en el tema de los cuadriláteros. La muestra fue de 102 maestros de preservicio, a quienes se les administró una preprueba y una posprueba acerca de cuadriláteros. El grupo experimental ($n = 54$) recibió tratamiento de actividades geométricas y análisis de trabajo enfocado en los cuadriláteros, mientras que el grupo control ($n = 48$) recibió enseñanza tradicional. Para el análisis estadístico de los resultados del estudio se utilizó la prueba de ANOVA. Los resultados del estudio demostraron que el contenido del conocimiento geométrico de los maestros de preservicio participantes del estudio aumentó significativamente (Aslan-Tutak y Adams, 2015).

Günes y Tapan-Broutin (2017) determinaron los puntos de vista de maestros de preservicio de Matemáticas del nivel elemental con relación al uso del DGS (*Dynamic Geometry Software*) en la enseñanza, cuando éstos lo pusieron en práctica el uso del DGS en la sala de clases. Este estudio se llevó a cabo en Turquía, con una muestra de cuatro maestros de preservicio. El diseño del estudio fue un estudio de caso. Se realizaron entrevistas a los maestros de preservicio. Uno de los hallazgos en el estudio fue que aquellos maestros que recibieron lecciones teóricas en la Facultad de Educación, antes de la implementación del DGS, ofrecieron pocas opiniones respecto al uso del DGS. Por otro lado, aquellos maestros que pasaron por la experiencia del uso del DGS, seguido de la aplicación del DGS en una sala de clases pudieron mencionar las características que tienen el DGS y su utilidad en la enseñanza. Los maestros entrevistados señalaron la

importancia que tienen la caracterización, la visualización, la permanencia y la facilitación en el aprendizaje (Günes y Tapan-Broutin, 2017).

Adeniji, Ameen, Dambatta y Orinolise (2018) examinaron el efecto del *mastery learning* en el logro de los estudiantes de cuarto año de escuela secundaria y la retención en la Geometría del círculo. El estudio se llevó a cabo en el estado de Kwara en Nigeria. El diseño del estudio fue cuasi experimental, que incluía un diseño de grupo control no equivalente, no al azar, preprueba y posprueba. La muestra fue de 172 estudiantes de cuarto año de escuela superior. El instrumento que se utilizó para recopilar los datos fue el *Circle Geometry Achievement Test* creado por los investigadores. Dicha prueba se administró como preprueba, postprueba y prueba de retención.

Al grupo control se le enseñó Geometría circular de manera tradicional, mientras que el grupo experimental recibió un tratamiento que consistía en enseñanza de Geometría circular, pero de manera fragmentada. Los estudiantes tenían la oportunidad de mejorar los errores cometidos cuando se les daba una prueba formativa relacionada a esa lección de Geometría circular fragmentada. Se empleó la prueba t y ANCOVA para el análisis estadístico. Los resultados del estudio demostraron que el logro de los estudiantes de cuarto año en Geometría aumentó significativamente cuando se enseñó Geometría circular utilizando la estrategia de *mastery learning*. Los autores del estudio recomiendan preparar a los maestros en el uso de la estrategia de *mastery learning* y aplicarlo en la sala de clases (Adeniji, Ameen, Dambatta y Orinolise, 2018).

Noto, Priatna y Dahlan (2019) identificaron los obstáculos en el aprendizaje de los estudiantes en la Geometría de transformación. El diseño del estudio fue cualitativo.

La muestra del estudio fue de nueve maestros de preservicio de Indonesia. Los datos del estudio se recolectaron a través de entrevistas y una prueba que consistía en cuatro problemas. En los resultados del estudio se identificaron como obstáculos en el aprendizaje la dificultad de aplicación de conceptos; la visualización del objeto geométrica; la determinación de principios geométricos; entendimiento del problema; la falta de entendimiento de las pruebas matemáticas; la inhabilidad de expresar definiciones; la falta de conocimiento en el uso de definiciones, el uso del lenguaje y la notación matemática para construir pruebas y por último, la falta de conocimiento en el inicio de una prueba (Noto, Priatna y Dahlan, 2019).

Preparación académica de maestros de Matemáticas en Puerto Rico

De acuerdo con el *Reglamento de Certificación del Personal Docente de Puerto Rico* (DEPR, 2012), toda persona que aspira a ejercer funciones de personal docente en escuelas públicas y privadas acreditadas en Puerto Rico debe reunir los siguientes requisitos: 1) tener 18 años de edad o más; 2) tener la preparación académica y profesional requerida y 3) haber tomado y aprobado las Pruebas para la Certificación de Maestros (PCMAS). Según dicho reglamento, hay tres rutas posibles para obtener una certificación de personal docente: 1) ruta tradicional (significa que la persona completó un grado en educación y que cumple con los requisitos en la categoría en la que la persona desea ser certificada); 2) ruta de recertificación (la persona desea obtener un certificado docente cuando ya posee un Certificado Regular de Maestro (duración de seis años en la categoría o especialidad que se especifica en el mismo) y cumple con los requisitos de otra certificación en la que desea ser certificado) y 3) ruta alterna (la

persona desea obtener un certificado de personal docente y que completó un grado académico que no es en educación y cumple con los requisitos de certificación en la categoría en la que desea ser certificado) (DEPR, 2012).

Así mismo, el DEPR (2012) indica que el docente que aspira a un certificado de maestro en Educación Temprana en el Nivel Primario (K – 3), por la ruta tradicional, debe tener un bachillerato o maestría en Educación y una concentración o especialidad en educación temprana en el nivel primario (K – 3). Si es por la ruta de recertificación, éste debe tener un Certificado Regular de Maestro y una concentración o especialidad en educación temprana (K – 3). En el caso del docente que aspira a un Certificado de Maestro en Educación: Nivel Elemental (4 – 6), por la ruta tradicional debe tener un bachillerato o maestría en Educación con concentración en Enseñanza de Nivel Elemental (4 – 6). Por la ruta de recertificación debe tener un Certificado de Maestro Regular y una concentración o especialidad en enseñanza de nivel elemental (4 – 6).

El docente que aspira a obtener un Certificado de Maestro en Escuela Secundaria en Matemáticas, por la ruta tradicional, debe tener un bachillerato o maestría en Educación y una concentración o especialidad en Matemáticas. Por la Ruta de recertificación, debe tener un Certificado Regular de Maestro y una concentración en Matemáticas (DEPR, 2012). Por ello, a continuación, se presentan las descripciones de los cursos de Matemática universitarios, al igual que los cursos de educación dirigidos al área de Matemáticas, de las universidades en Puerto Rico. Éstos se resumen por universidad.

Caribbean University (CU, 2013a, 2013b).

Los grados académicos que ofrece Caribbean University incluyen: bachillerato, maestría y doctorado en Educación. Caribbean University ofrece seis cursos: dos a nivel subgraduado y dos a nivel graduado en educación en las Matemáticas. También ofrece un curso a nivel subgraduado y uno a nivel graduado relacionado con Matemáticas puras. Éstos son:

EDUC 403 – *Métodos y Técnicas en la Enseñanza de Matemáticas en la Escuela Elemental.* “Estudio del currículo de Matemáticas para la escuela elemental. Desarrollo sistemático de conceptos y destrezas matemáticas son analizadas. Métodos y técnicas en la enseñanza de Matemáticas son estudiadas. Preparación y uso de material instruccional. Planificación de la lección y clases demostrativas son analizadas. Se discutirá el “assessment”” (CU, 2013a, pág. 152).

EDUC 418 – *Currículo y Método de Enseñanza de Matemáticas en la Escuela Secundaria.* “Este curso comprende el estudio del currículo, métodos, estrategias instruccionales y el uso de recursos en la enseñanza de Matemáticas en la escuela secundaria. Se dará importancia a las clases demostrativas” (CU, 2013a, pág. 153).

MATH 120 – *Geometría.* “Este curso tiene la intención de impartir los conceptos fundamentales de la Geometría, los cuales permiten al estudiante desarrollar el razonamiento deductivo. El curso examina los temas abstractos de la Geometría, relacionándolos con las experiencias de la vida diaria de los estudiantes, aprendizaje para investigar y analizar situaciones, uso de los conceptos, postulados y teoremas de esta disciplina. El curso comienza con un estudio detallado de los conceptos básicos: punto,

rayo y plano, sus representaciones geométricas, clasificaciones y operaciones. Los postulados, teoremas y corolarios fundamentales de la Geometría euclidiana, incluyendo similitudes y paralelismos son estudiados. Se demuestran las propiedades de los planos y figuras sólidas, al igual que la determinación de su perímetro, área y volumen. Se aplican la solución de problemas orales y las construcciones geométricas usando compás y regla” (CU, 2013a, pág. 188).

EDUC 627 – Enseñanza de las Matemáticas y Ciencias en la Escuela Primaria.

“Este curso intenta analizar el proceso de integración de las Matemáticas y las Ciencias en la escuela primaria. Se le dará énfasis al desarrollo de estrategias curriculares y programas educativos que promueven la integración de métodos científicos, el uso del pensamiento matemático y el desarrollo de estrategias para solucionar problemas” (CU, 2013b, pág. 108).

EDUC 649 – Enseñanza de las Matemáticas en la Escuela Elemental (4-6).

“Este curso intenta analizar el proceso de la enseñanza de las Matemáticas en la escuela elemental (4-6). Se le dará énfasis al desarrollo de estrategias curriculares y programas educativos que promuevan la integración de métodos apropiados en la enseñanza de las Matemáticas” (CU, 2013b, pág. 112).

MATH 605 – Geometría Analítica. “Se estudian las curvas planas de orden superior, curvas logarítmicas y trigonométricas, lógica simbólica, sistemas axiomáticos sintéticos, asíntotas verticales, horizontales y aplicaciones” (CU, 2013b, pág. 122).

Pontificia Universidad Católica de Puerto Rico (PUCPR, 2018).

La PUCPR ofrece los grados académicos de bachillerato, maestría y doctorado en

Educación. La PUCPR ofrece a los estudiantes tres cursos subgraduados en Educación y dos cursos subgraduados en Matemáticas. Éstos son:

ELED 152 – Metodología en la Enseñanza de las Matemáticas en el Nivel

Elemental. “Análisis de la filosofía, metas y competencias generales del Programa de Matemáticas en el nivel 4-6. Estudio del currículo de Matemáticas a la luz de los estándares señalados por el Concilio Nacional de Matemáticas (NCTM) y por el Departamento de Educación de Puerto Rico. Énfasis en el desarrollo del enfoque constructivista, como medio para lograr un aprendizaje con significado. Todas las actividades del curso están enmarcadas en los principios básicos de la revisión curricular del Departamento de Educación: pertinencia de la educación, desarrollo del pensamiento y la educación de valores. Discusión de estrategias de enseñanza que evidencien la aplicación de las Matemáticas en la solución de problemas por medio del razonamiento lógico y como medio efectivo de comunicación de ideas” (PUCPR, 2018, págs. 422-423).

“El concepto del salón de Matemáticas como un laboratorio, (uso de manipulativos) a través de la teoría cognoscitiva-constructivista será el concepto que se usará durante el curso. Se hará el mayor uso posible del equipo y los materiales tecnológicos, de manera que los futuros maestros puedan hacer el mejor uso de esta herramienta educativa. Esto ayudará a la transformación de la enseñanza de Matemáticas, según lo establece la Carta Circular del Departamento de Educación de P.R.” (PUCPR, 2018, pág. 423).

MATH 252 – Geometría Básica I. “En este curso se presentan los conceptos básicos de la Geometría del Plano. Los temas a cubrirse son: construcciones geométricas,

medición, congruencia y semejanza de polígonos perímetro, área de figuras planas, volumen y Geometría de coordenadas en el Plano” (PUCPR, 2018, pág. 367).

MATH 253 – *Geometría Básica II*. “En este curso se usan los conceptos de la Geometría básica y del razonamiento deductivo en la demostración de teoremas y en las construcciones. También se discuten temas como: círculos razón, proporción y semejanzas, vectores, rotaciones, traslaciones y simetría” (PUCPR, 2018, pág. 368).

SEED 380 – *Metodología de la Enseñanza de las Matemáticas en la Escuela Secundaria*. “Estudio del Marco Curricular del Programa de Matemáticas del Departamento de Educación de Puerto Rico y de los principios y estándares de excelencia, propuestos por el *National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)*. Planificación de la enseñanza, diseño y elaboración de materiales instruccionales y aplicación de la tecnología en la sala de clases. Experiencias de prepráctica con una duración de 30 horas (tres horas semanales durante diez semanas) en un escenario real. Participación interactiva en actividades de enseñanza y de avalúo del aprendizaje. Análisis reflexivos de sus experiencias docentes desde una perspectiva ética, humanista y cristiana” (PUCPR, 2018, pág. 453).

SEED 448 – *Seminario Integrador de la Especialidad en Matemáticas*. “Curso integrador que incluye las seis áreas de contenido que son base para el desarrollo del currículo de Matemáticas en las escuelas secundarias de Puerto Rico: numeración, operaciones, geometría, medición, relaciones, probabilidad y estadística. Aplicaciones prácticas con ejercicios en cada una de estas áreas. Análisis y evaluación de situaciones pedagógicas para que el estudiante aplique sus conocimientos sobre la metodología de la

enseñanza y de la evaluación (medición y avalúo “assessment”) de las Matemáticas” (PUCPR, 2018, pág. 456).

Universidad Adventista de las Antillas (UAA, 2018).

La UAA ofrece a los estudiantes los grados universitarios de bachillerato y maestría en Educación. Estos cursos son los siguientes:

EDUC 313P – *Currículo y Enseñanza de las Matemáticas en el Nivel Primario.*

“En este curso se estudia el currículo y la metodología general y específica de matemáticas basado en los estándares del Departamento de Educación de Puerto Rico. Se aplican las técnicas y estrategias en la enseñanza de matemáticas para los grados Kinder a tercero. Se estudia la preparación y uso de recursos para la enseñanza de Matemáticas. Bajo la supervisión del profesor, se preparan planes para ofrecer clases demostrativas en las áreas de numeración, operaciones, medición, geometría y gráficas. Requiere 15 horas de experiencia de campo concurrentes” (UAA, 2018, pág. 255).

EDUC 313E – *Currículo y Enseñanza de las Matemáticas en el Nivel*

Elemental. “Estudio del contenido del currículo, la metodología general y específica de Matemáticas basado en los estándares del Departamento de Educación de Puerto Rico y del Departamento de Educación de la Iglesia Adventista. Se aplican las técnicas y estrategias en la enseñanza de matemáticas para los grados de cuarto al sexto. Se ofrece orientación en la preparación y uso de recursos para la enseñanza de Matemáticas. Bajo la supervisión del profesor se preparan planes para ofrecer clases demostrativas en las áreas de numeración, operaciones, medición, geometría y gráficas. Requiere 15 horas de experiencia de campo concurrente” (UAA, 2018, pág. 256).

EDUC 321 – Currículo y Enseñanza de las Matemáticas en el Nivel

Secundario. “Estudio del contenido del currículo, la metodología general y específica de Matemáticas basado en los estándares del Departamento de Educación de Puerto Rico y del Departamento de Educación de la Iglesia Adventista. Se aprenden, analizan y aplican las técnicas y estrategias específicas de enseñanza de Matemáticas para los grados 7-12. Se estudia la preparación y uso de recursos para la enseñanza de Matemática. Bajo la supervisión del profesor se preparan planes para ofrecer clases demostrativas en las áreas de numeración, operaciones, medición, geometría y gráficas. Requiere 15 horas de experiencia de campo concurrente” (UAA, 2018, pág. 258).

MATH 233 – Geometría de Colegio. “Breve repaso de la geometría Euclidiana, construcciones geométricas, similitud de figuras, Geometría del triángulo y del círculo; fundamentos de Geometría y elementos de Geometría no euclidiana” (UAA, 2018, pág. 215).

Universidad de Puerto Rico, Recinto Universitario de Mayagüez (UPRM, 2018a, 2018b).

Los grados universitarios que ofrece la UPR-RUM incluyen bachillerato en Educación, bachillerato en Ciencias en Matemáticas y maestría en Ciencias en Matemáticas. Los cursos que ofrece la UPRM son los siguientes:

EDPE 4145 – Teoría y Metodología en la Enseñanza de Matemáticas en la Escuela Secundaria. “Enfoque teórico y práctico al proceso de enseñanza-aprendizaje. Todos los aspectos relacionados a la enseñanza de Matemáticas en la Escuela Secundaria son estudiados: planificación, educación innovadora y análisis de currículo; Contenido

básico en esta área de especialización, preparación, adaptación y uso de recursos; Metodología, técnicas de enseñanza y estrategias; Fundamentos de medición y evaluación. Estos contenidos son integrados en una base práctica. Todos los estudiantes deben completar al menos 15 horas de experiencias de laboratorio en escuelas públicas o privadas. Estas experiencias permitirán al estudiante el desarrollo de actitudes críticas, dinámicas y creativas hacia los problemas educativos de Puerto Rico” (UPRM, 2018a, pág. 50).

MATE 3030 – *Introducción a la Geometría.* “Repaso breve de la Geometría euclidiana, construcciones geométricas, similaridades de figuras, Geometría del triángulo y del círculo, fundamentos de Geometría axiomática y elementos de la Geometría no euclidiana” (UPRM, 2018a, pág. 258).

MATE 4007 – *Geometría Superior.* “Sistemas de coordenadas en espacio euclidiano de tres dimensiones, configuraciones básicas, vectores y Geometría de espacio- n , transformaciones, introducción a la Geometría proyectiva, axiomas de la Geometría no euclidiana” (UPRM, 2018a, pág. 260).

MATE 4088 – *Geometría Diferencial Usando Computadoras.* “Introducción a la Geometría diferencial de curvas y superficies en el espacio euclidiano en tres dimensiones, incluyendo visualización asistida por computadora y cálculos simbólicos y numéricos de propiedades geométricas” (UPRM, 2018a, pág. 261).

MATE 6530 – *Geometría Diferencial I.* “Estudio de la métrica de Riemann y afines, geodésicos, curvaturas campos de Jacobi, e inmersiones” (UPRM, 2018b, pág. 136).

MATE 6531 – Geometría Diferencial II. “Estudio de espacios de curvatura constante, completos y diversos, variaciones de energía, teorema de comparación de Rauch, teorema índice de Morse, grupo fundamental de curvatura negativa diversa, teorema de la esfera” (UPRM, 2018b, pág. 136).

MATE 6651-6652 – Introducción a la Geometría Superior. “Coordenadas cartesianas homogéneas, dependencia lineal de puntos y rectas, división armónica, coordenadas de recta, razón-cruce; Transformación; afinidad, métrica y Geometría proyectivas; puntos y rectas curvas, Geometría espacial” (UPRM, 2018b, pág. 137).

Universidad de Puerto Rico, Recinto de Río Piedras, UPR-RP (2015, 2017a, 2017b).

La UPR-RP ofrece los grados de bachillerato, maestría y doctorado en Educación, al igual que el bachillerato, maestría y doctorado en Matemáticas. La oferta de cursos para los estudiantes en Educación son los siguientes:

EDPE 3011 y 3012 – La Enseñanza de las Matemáticas en el Nivel Elemental. “Metodología y contenido básico de las Matemáticas en la escuela elemental” (UPR-RP, 2015, págs. 323-324).

EDPE 3118 – Geometría y Medición para Maestros. “Estudio de los conceptos de Geometría, Probabilidad y Estadísticas en la escuela elemental en términos de contenido y metodología de la enseñanza” (UPR-RP, 2015, pág. 330).

EDPE 3120 – La Enseñanza de Geometría a Estudiantes Talentosos en el Nivel Secundario. “Hará énfasis en el contenido y la metodología de la Geometría, el método del descubrimiento, el laboratorio y resolución de problemas. Se identifica y analiza el

contenido curricular relativo a la Geometría desde la escuela intermedia hasta la escuela superior” (UPR-RP, 2015, pág. 330).

EDPE 4128 – Metodología para Enseñar Matemática en Secundaria. “El curso provee una combinación de los fundamentos teóricos y prácticos que le permiten al estudiante enfrentarse efectivamente con las responsabilidades y actitudes de un maestro de Matemática en el nivel secundario. Se estudia una visión panorámica de la historia de la educación y de las condiciones de la educación actual. Además, se cubren las teorías que fundamentan los principios de enseñanza y aprendizaje. Se trabaja con el marco curricular, los estándares curriculares y el currículo de matemáticas en el nivel secundario. Se aprende sobre la planificación y las estrategias necesarias para impartir clase en el área. A través del curso se integran la teoría, la práctica y las innovaciones por medio de experiencias de campo en las escuelas públicas o privadas del nivel secundario” (UPR-RP, 2015, pág. 344).

EDPE 4145 – Teoría y Metodología de la Enseñanza de Matemáticas en la Escuela Secundaria. “Enfoque teórico y práctico del proceso de enseñanza-aprendizaje. Se estudiarán todos los aspectos relacionados con la enseñanza de Matemáticas en la escuela secundaria: planificación, educación innovadora y análisis curricular; contenido básico en el área; preparación, adaptación y utilización de recursos; metodología, técnicas y estrategias de enseñanza; fundamentos de medición y evaluación. Los estudiantes completarán por lo menos quince horas de experiencias de laboratorio. Estas experiencias los capacitarán para desarrollar actitudes críticas, dinámicas y creativas hacia los

problemas educativos imperantes en nuestra realidad puertorriqueña” (UPR-RP, 2015, pág. 344).

MATE 3019 – Geometría de Colegio. “Estudio de la Geometría euclidiana con énfasis avanzado en la demostración de las proposiciones y teoremas. Axiomas de incidencia, de distancia, de interposición, de separación del plano, sobre ángulos y sobre la construcción de segmentos. Axiomas de las paralelas. Axiomas y teoremas básicos relacionados con la congruencia y semejanza de triángulos. Propiedades elementales de los cuadriláteros. Construcciones con regla y compás. Axiomas y teoremas básicos sobre las áreas de regiones poligonales” (UPR-RP, 2015, pág. 617).

MATE 3030 – Geometría Superior. “Repaso de la Geometría euclidiana con especial destaque de su estructura lógica, Geometría del triángulo y del círculo. Elementos de la Geometría no euclidiana” (UPR-RP, 2015, pág. 618).

MATE 3132 – Conceptos Fundamentales de Geometría, Probabilidad y Estadísticas para Maestros de Escuela Elemental. “Geometría plana euclidiana: axiomas y conceptos primitivos, pruebas sencillas de la Geometría, propiedades elementales de los triángulos, cuadriláteros y círculos, construcciones usando compás y regla, el sistema de coordenadas cartesiano, medidas de ángulo y área, Geometría sólida: propiedades elementales de las pirámides, prismas, cilindros, conos y esferas, medidas de volumen, aplicaciones. Estadísticas: análisis exploratorios de datos agrupados y no agrupados, medidas de tendencia central y dispersión, probabilidad, eventos independientes y mutuamente excluyentes, distribución normal y aplicaciones” (UPR-RP, 2015, pág. 620).

MATE 4019 – Geometría Métrica Diferencial. “Tangente, norma principal y binomial de una curva. Plano oscilador. Curvatura y torsión. Las fórmulas de Frenet. Curvas especiales. Superficies regulares. Las primeras y segundas formas fundamentales. Curvatura media y total. El teorema fundamental de superficies. Superficies mínimas y regladas. Mapas conformes e isometrías. Geodésicas” (UPR-RP, 2015, pág. 624).

MATE 4089 – Geometría. “Curso dirigido a estudiantes de Matemáticas en el cual se utiliza con método axiomático para estudiar Geometría (euclidiana e hiperbólica). Se enfatizan las definiciones, axiomas, teoremas y demostraciones. Se cubren los temas: desarrollo histórico de la Geometría; axiomas de Hilbert para la Geometría neutra; Geometría euclidiana del plano, Geometría no euclidianas, transformaciones geométricas, isometrías” (UPR-RP, 2015, pág. 622).

MATE 5206 – Geometría Convexa y Discreta. “Este curso proporciona una introducción a métodos, ideas de la Geometría convexa y discreta y a sus aplicaciones. Los temas cubiertos incluyen: conjuntos convexos y afines. Transformaciones lineales y afines. Hiperplanos y su representación lineal, hiperplanos de separadores y de apoyo. Teorema de Kirchberger y de tipo Helly. Familia de conjuntos convexos, cuerpos paralelos, convexidad local, propiedades de apoyo local, y propiedades del punto más cercano. Polítopos, caras, ejemplos especiales, y la fórmula de Euler. Dualidad y polaridad. Funciones convexas. Funciones de apoyo y de distancia. Continuidad y diferenciabilidad” (UPR-RP, 2015, pág. 625).

MATE 6530 – Geometría Métrica Diferencial. “Teoría elemental de curvas y superficies. Las formas fundamentales. El teorema de Euler. Las ecuaciones de Codazzi-

Mainardi. El teorema fundamental de superficies. Curvaturas. Geodésicas. El teorema de Gauss-Burnet. Transformaciones con formas e isométricas. Superficies mínimas y regladas” (UPR-RP, 2017a, pág. 7).

EDUC 6128 – Enseñanza y Aprendizaje de Matemáticas en la Escuela Elemental: Teoría y Práctica. “Análisis y evaluación de investigación en torno a la construcción del conocimiento y el aprendizaje de las Matemáticas en la escuela elemental. Investigación y aplicación de marcos teóricos relevantes al diseño y la enseñanza efectiva de estudiantes del nivel elemental, basados en objetivos y estándares de la disciplina. Requiere experiencia de campo” (UPR-RP, 2017b, pág. 24).

EDUC 6528 – Innovaciones Curriculares en la Enseñanza de Matemáticas. “Enfoque y análisis de la historia y el efecto de las innovaciones curriculares que tienen aplicación en el campo de las Matemáticas. Estudio del rol de la investigación en la Matemática Educativa. Incluye la preparación y evaluación de propuestas curriculares innovadoras. Requiere experiencia de campo” (UPR-RP, 2017b, pág. 46).

EDUC 8059 – Modelos para la Enseñanza de las Matemáticas en el Nivel Secundario y Postsecundario. “Estudio y análisis de modelos usados en la enseñanza de las Matemáticas con énfasis en la creación, preparación y adaptación del material didáctico adecuado para los niveles secundario y postsecundario” (UPR-RP, 2017b, págs. 72-73).

Universidad del Este (UNE), Sistema Universitario Ana G. Méndez, (UNE, 2018a, 2018b).

La UNE ofrece los grados de bachillerato y maestría en Educación. Los cursos que ofrece a los estudiantes de Educación son los siguientes:

EDUC 410 – *Enseñanza de Matemáticas en el Nivel Primario (K-3)*. “Estudio de la filosofía, principios, fundamentos y metodología en la enseñanza de Matemáticas en el nivel primario (K-3). Análisis y discusión del currículo de Matemáticas del Departamento de Educación de P.R. en K-3. Énfasis en la comprensión, interpretación y dominio del contenido matemático en el nivel primario. Planificación e integración de estrategias, materiales, tecnología y “assessment” en el proceso de enseñanza y aprendizaje en Matemáticas” (UNE, 2018a, pág. 139).

ECEG 626 – *Conceptos Tempranos en Matemáticas y Ciencias: Pensamiento Crítico y Solución de Problemas*. “Estudiantes explorarán, analizarán e integrarán principios, métodos, materiales y ambientes que apoyen el alcance de los conceptos de Matemáticas y Ciencias a través del descubrimiento y del juego; y relacionarán la secuencia del desarrollo cognitivo a la adquisición de Matemáticas y Ciencias. Se desarrollarán estrategias que promueven el pensamiento crítico y la solución de problemas en los niños. El curso será conducido a través del desarrollo de planes de la lección, demostraciones y evaluación de recursos y materiales. Se fomentará el uso responsable de la tecnología” (UNE, 2018b, pág. 74).

Universidad del Sagrado Corazón (USC, 2014).

La USC incluye en su oferta académica los grados de bachillerato en Educación y en Matemáticas. La USC ofrece a los estudiantes de Educación los siguientes cursos:

EDU 322 – *La Enseñanza de las Matemáticas en el Nivel Secundario*. “Este

curso presenta la Matemática del nivel secundario en el currículo escolar, estrategias y métodos diferenciales para llevar a cabo el proceso de enseñanza aprendizaje. Destrezas de Matemática general y Álgebra intermedia, Trigonometría, Precálculo y Estadística. Estas materias se enfocan desde las perspectivas de contenido y estrategia de enseñanza, ofreciendo la solución de problemas en la integración de todos los cursos. Énfasis en los estilos de aprendizaje y de enseñanza encaminados a ofrecer ayuda remedial, individual y cooperativa en el desarrollo sistemático de las destrezas. En este aspecto se han tomado en consideración los últimos desarrollos y enfoques en la enseñanza de las Matemáticas” (USC, 2014, págs. 241-242).

EDU 314 – Matemáticas para el Nivel Elemental. “Este curso presenta el contenido curricular, las destrezas por desarrollarse y la metodología que debe dominar todo futuro maestro que piensa enseñar en educación elemental (K-6). Se toman en consideración los últimos desarrollos y enfoques de la enseñanza de las Matemáticas, incluyendo el uso de manipulativos y las técnicas de “assessment”. El enfoque del curso está basado en el principio de la teoría constructivista del conocimiento. Se incorpora la investigación en la sala de clases y los Estándares de Matemáticas que enmarcan la enseñanza en términos de indicadores de su calidad. Se analizan documentos básicos que guían la enseñanza de las Matemáticas de K-6” (USC, 2014, pág. 240).

EDU 346 – Integración de Ciencias, Matemáticas y Estudios Sociales en el Nivel Primario. “El curso integra los conceptos de Ciencia, Matemáticas y Estudios Sociales en los grados PK-3. Discusión y análisis de los Estándares de Contenido, Expectativas y Mapas Curriculares de estas materias. Métodos y estrategias efectivas para

desarrollar los conceptos, destrezas de Ciencias, Matemáticas y Estudios Sociales de manera integrada, interdisciplinaria y significativa. Incorporación de tecnología adecuada para el desarrollo de conceptos en ambientes de educación temprana como simulaciones, juegos y otras. Discusión y análisis de las prácticas apropiadas establecidas por la NAEYC para el nivel primario” (USC, 2014, pág. 245).

MAT 200 – Geometría. “Este curso es de naturaleza teórica y práctica. Se analizan los postulados de Hilbert para la Geometría euclidiana además de las figuras y relaciones geométricas. Se desarrollan pruebas y se resuelven problemas aplicando la Geometría euclidiana. Se introducen las Geometrías no euclidianas” (USC, 2014, pág. 175).

Universidad Ana G. Méndez (UAGM, 2017a, 2017b).

La Universidad Ana G. Méndez, antes conocida como Universidad del Turabo, ofrece los grados académicos de bachillerato, maestría y doctorado en Educación. Esta les ofrece a los estudiantes los siguientes cursos a nivel subgraduado y graduado:

EDUC 333 – Enseñanza de Matemáticas en la Escuela Secundaria. “El curso es un análisis de los diferentes aspectos relacionados a la enseñanza de Matemáticas en la escuela secundaria. Métodos, materiales, currículo, libros de texto, guías del maestro y los Estándares de Excelencia propuestos para la enseñanza de las Matemáticas son examinados y analizados” (UAGM, 2017a, pág. 82).

MATH 173 – Geometría Plana y del Espacio I. “El curso se centra en los conceptos básicos de la Geometría incluyendo la línea recta, ángulos, triángulos, construcciones elementales. Este incluye demostraciones usando postulados, definiciones

y teoremas. También incluye el teorema de la congruencia, polígonos regulares, el teorema de Pitágoras y sus aplicaciones” (UAGM, 2017a, pág. 201).

MATH 174 – *Geometría Plana y del Espacio II.* “El curso cubre circunferencia, áreas, *gerions* poligonales, Geometría cartesiana plana, Geometría espacial, cuerpos sólidos y superficies, áreas de superficie, volumen y Geometría no euclidiana básica” (UAGM, 2017a, pág. 201).

EDUC 568 – *Enseñanza de Ciencias y Matemáticas en Escenarios Bilingües.* “El curso es un repaso de investigaciones recientes en la enseñanza de Ciencias y Matemáticas (con énfasis en escenarios bilingües). Este incluye un repaso intensivo de materiales curriculares disponibles y métodos para enseñar conceptos científicos y matemáticos a estudiantes “LSP”” (UAGM, 2017b, pág. 97).

EDUC 594 – *Matemáticas en las Escuelas Primarias.* “El curso focaliza en métodos de enseñanza de Matemáticas actuales en el nivel K-3. Este incluye el estudio de actividades basadas en el currículo focalizado en la solución de problemas, al igual que los instrumentos estandarizados para el “assessment” y evaluación del estudiante y del currículo. Énfasis en el uso de la tecnología para la solución de problemas y la toma de decisiones” (UAGM, 2017b, pág. 99).

EDUC 599 – *La Enseñanza de Matemáticas en la Escuela Elemental.* “Discusión y análisis de las tendencias actuales en la enseñanza de Matemáticas para los grados 4^{to} a 6^{to}. Se dará énfasis en el proceso de diseño instruccional focalizado en una visión curricular constructivista apoyado por la aplicación de la investigación, descubrimiento y solución de problemas. Se presentará una integración de la información

y la tecnología de la comunicación al proceso instruccional como herramienta de apoyo en las estrategias de enseñanza matemática. Técnicas de medición, evaluación y “assessment” serán integrados en el proceso de enseñanza-aprendizaje” (UAGM, 2017b, pág. 99).

Universidad Interamericana de Puerto Rico (UIPR, 2018a, 2018b).

La UIPR ofrece los grados universitarios de bachillerato, maestría y doctorado en Educación, al igual que el grado de bachillerato en Matemáticas y en grado de maestría en Matemáticas Aplicadas (UIPR, 2018a, 2018b). Los cursos que ofrece son los siguientes:

EDUC 3075 – *Currículo, Enseñanza y “Assessment” de las Matemáticas en los Grados Primarios (K-3)*. “Análisis y discusión del currículo de Matemáticas con énfasis en el dominio, interpretación y comprensión del contenido curricular de los grados primarios. Se incluye el diagnóstico de necesidades, la planificación, la implementación y la evaluación y el “assessment” del proceso de enseñanza-aprendizaje tomando en consideración las diferencias individuales. Énfasis en los Estándares del Programa de Matemáticas del Departamento de Educación de P.R. Análisis crítico de programas computadorizados apropiados para la enseñanza de Matemáticas en este nivel” (UIPR, 2018a, pág. 574).

EDUC 3076 – *Currículo, Enseñanza y “Assessment” de las Matemáticas en el Nivel Elemental (4-6)*. “Análisis y discusión del currículo de Matemáticas con énfasis en el dominio, interpretación y comprensión del contenido curricular del nivel elemental. Se incluye el diagnóstico de necesidades, la planificación, la implementación y la evaluación

y el “assessment” del proceso de enseñanza-aprendizaje tomando en consideración las diferencias individuales. Énfasis en los Estándares del Programa de Matemáticas del Departamento de Educación de P.R. Análisis crítico de programas computadorizados apropiados para la enseñanza de Matemáticas en este nivel” (UIPR, 2018a, pág. 575).

EDUC 3869 – *Teorías de la Instrucción, Metodología y Recursos Tecnológicos para la Enseñanza de Matemáticas en el Nivel Secundario.* “Las teorías de la instrucción según se aplican a la planificación y al desarrollo en la enseñanza de Matemáticas en el nivel secundario. Preparación de materiales para la enseñanza usando recursos de la tecnología y estimulación del ingenio y la innovación. Práctica en el uso de la microcomputadora como recurso en la enseñanza. Selección y evaluación de recursos educativos de nivel comercial nivel” (UIPR, 2018a, pág. 583).

MATH 2380 – *Temas de Geometría.* “Estudio de los conceptos fundamentales de la geometría euclidiana y su aplicación para hacer demostraciones matemáticas. Análisis y aplicación de una selección de temas de la Geometría euclidiana. Estudio de los principios básicos de Geometrías no euclidiana. Uso de la tecnología disponible” (UIPR, 2018a, pág. 659).

EDUC 5117 – *Currículo y Enseñanza en las Matemáticas en el Nivel Elemental.* “Estudio del contenido curricular de las Matemáticas para el nivel elemental. Énfasis en las estrategias para la solución de problemas, la numeración, las operaciones aritméticas, las fracciones, razón y proporción, la medición, los conceptos básicos de Geometría, la solución de ecuaciones, el análisis de datos y la probabilidad. Desarrollo de métodos, estrategias y actividades para la enseñanza de las Matemáticas en el nivel

elemental, sustentados por las investigaciones más recientes en la disciplina” (UIPR, 2018b, pág. 323).

MATH 5005 – *Geometría Básica para Maestros del Nivel Elemental.* “Análisis de los principios básicos de la Geometría. Identificación y análisis de las formas geométricas, sus estructuras, características, propiedades y relaciones, para entender y descubrir el entorno físico. Solución de problemas relacionados con el tamaño, forma y espacio mediante el razonamiento espacial y el modelamiento geométrico. Incluye conceptos de la Geometría bidimensional y tridimensional, la dirección, la orientación, la simetría y las transformaciones de las figuras geométricas. Énfasis en el análisis de patrones, la construcción de modelos, la exploración de materiales concretos y de objetos, clasificación de las formas y la solución de problemas” (UIPR, 2018b, pág. 300).

MATH 6905 – *Geometría Moderna.* “El curso incluye enfoques modernos de la Geometría. Fundamentos y desarrollo de varias geometrías. Desarrollo de un segmento curricular. Este curso es exclusivo para la maestría en Educación en Currículo y Enseñanza en Matemáticas” (UIPR, 2018b, pág. 401).

MATH 6911 – *Geometría Analítica.* “Estudio de las coordenadas rectangulares, gráficas de ecuaciones en dos y tres variables, curvas planas de orden superior, transformaciones de coordenadas, coordenadas polares, tangentes y normales, el plano, la recta y superficies en el espacio” (UIPR, 2018b, pág. 401).

MATH 7110 – *Enseñanza y aprendizaje en Matemáticas.* “Análisis de modelos de enseñanza y estilos de aprendizaje de matemáticas para los diferentes niveles. Énfasis en los desarrollos recientes en educación matemática, incluyendo las teorías de la

neuropsicología, pedagogía y métodos heurísticos por matemáticos, tales como: solución de problemas verbales, las matemáticas como ciencia experimental y el constructivismo aplicado a las Matemáticas. Análisis de los aspectos éticos y democráticos de la relación maestro-estudiante. Se desarrollan modelos para la enseñanza y el aprendizaje de las Matemáticas” (UIPR, 2018b, pág. 402).

MATH 7310 – Geometrías Modernas. “Análisis y discusión de los desarrollos modernos en el área de Geometría. Incluye la evaluación y comparación de las axiomatizaciones de la Geometría clásica y de las Geometrías no euclidianas. Investigación de objetos geométricos como polígonos, poliedros, politopos, grafos y sus aplicaciones, tales como: teoría de códigos, optimización, gráficas de computadoras y física. Incluye la práctica y evaluación de sistemas programados para Geometría” (UIPR, 2018b, pág. 402).

MATH 8320 – Geometría Avanzada. “Investigación de desarrollos en el área de intersección de Geometría, Análisis y Álgebra. Incluye la evaluación y comparación de los objetos de Geometría diferencial y de Geometría algebraica, tales como: curvas, superficies, variedades diferenciales y espacios fibrados. Análisis de estructuras de Geometría local como la métrica tensora de curvatura, conexiones y las formas diferenciales. Estudio de las aplicaciones en ciencias naturales, investigación de operaciones y ciencias de computación” (UIPR, 2018b, pág. 403).

Universidad Metropolitana (UMET), Sistema Universitario Ana G. Méndez (UMET, 2016).

La UMET ofrece los grados de bachillerato, maestría y doctorado en Educación. Algunos de los cursos que esta institución ofrece a nivel subgraduado son:

EDUC 352 – *Enseñanza de Matemáticas en la Educación Temprana (K-3).*

“Análisis de métodos, estándares de contenido matemático, programas y materiales de enseñanza para los estudiantes de Kinder a Tercer grado. Desarrollo de competencias de enseñanza y estándares profesionales que permiten a los estudiantes a ejecutar de manera efectiva como maestros de Matemáticas de estudiantes de educación temprana” (UMET, 2016, pág. 162).

EDUC 353 – *Enseñanza de Matemáticas en la Escuela Elemental (4-6).*

“Análisis del contenido y de las metas de las Matemáticas de la Escuela Elemental. Estudio de los métodos, técnicas y enseñanza, y los procesos de aprendizaje usados comúnmente en esta área, especialmente la aplicación del enfoque constructivista de las Matemáticas. Incluye la discusión de los problemas que enfrenta el maestro en la enseñanza de Matemáticas. Revisión de documentos tales como guías de estudio, libros de texto y los Estándares del Programa de Matemáticas, y las relaciones entre éstos y el proceso de enseñanza. Uso de tecnología computadorizada y “software” en la sala de clases. Se ofrecerán demostraciones en diferentes áreas dentro del Currículo de Matemáticas de la Escuela Elemental y sus aplicaciones en situaciones de la vida diaria” (UMET, 2016, pág. 162).

MATH 103 – *Matemáticas básicas para maestros I.* “Este curso ofrece la oportunidad de adquirir destrezas matemáticas necesarias para aplicar en la solución de situaciones que aparecen en la vida y en la profesión. Este desarrolla destrezas de

operaciones con números reales y sus aplicaciones. También introduce las destrezas básicas en el campo de la Geometría por su importancia en la vida” (UMET, 2016, pág. 329).

MATH 300 – Geometría de Colegio. “Estudio avanzado de las propiedades de los polígonos, círculos y figuras solidas; construcciones y aplicaciones” (UMET, 2016, pág. 332).

Recapitulación crítica

La teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) señala que el aprendizaje de la Geometría en los estudiantes pasa por unas etapas o niveles jerárquicos. De acuerdo con Usiskin (1982), Mayberry (1983), Burger y Shaughnessy (1986), Denis (1987), Fuys, Geddes y Tischler (1988), Gutiérrez, Jaime y Fortuny (1991), Mason (1997) y van der Sandt (2007). Según Usiskin (1982) y Mayberry (1983), esta teoría puede ser útil en la descripción y predicción del desempeño de los estudiantes en la clase de Geometría. Aunque existen estudios que indican que los estudiantes no están preparados para el estudio de la Geometría de escuela superior (Denis, 1987; Atebe, 2008 y Sabey, 2009), esta teoría puede ser útil para motivar al estudiante en el estudio de dicha materia (Halat, 2003). Sin embargo, la Geometría no es la única materia en la que se puede aplicar esta teoría. De acuerdo a Lara Cotto (2007), también la teoría de los niveles razonamiento geométrico de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), puede ser aplicada a otros temas que no sean de Geometría como, por ejemplo, el tema de las funciones, que es parte de la matemática del Precálculo.

Relacionado con el tema de la metodología de la enseñanza de Geometría, de

acuerdo con Tentomas (2010) y Arici y Aslan-Tutak (2015) se pueden aumentar las habilidades espaciales de los estudiantes en la clase de Geometría cuando se integran planes de unidades bien diseñados y la estrategia del *origami*. Éstas hacen que el aprendizaje de la Geometría sea uno efectivo (Arici y Aslan-Tutak, 2015; Tentomas, 2010). Según Lewis (2009) y Myers (2009), las puntuaciones en las pruebas de Geometría pueden aumentar si se implementa la enseñanza basada en la investigación y el uso de la tecnología en la sala de clases. Nirode (2012) indica que la tecnología en la clase de Geometría puede ser de mucha ayuda, pero los maestros pueden experimentar una restricción en el acceso a la computadora. Sin embargo, Halat y Jakubowski (2001), Myers (2009), Smith (2010), Nirode (2012) y Günes y Tapan-Broutin (2017) concuerdan en que el uso de la tecnología puede aportar al desarrollo y aplicación de conceptos geométricos.

En cuanto al tema de la preparación académica de maestros de Matemáticas, las universidades de Puerto Rico ofrecen cursos de Matemáticas y cursos de Educación relacionados a Matemáticas para satisfacer la necesidad de cumplir con los requisitos de certificación de los docentes (DEPR, 2012). De acuerdo con la descripción de los cursos de Educación de Caribbean University (2013a, 2013b), Pontificia Universidad Católica de Puerto Rico (2018), Universidad de Puerto Rico (2015, 2017a, 2017b, 2018a, 2018b), Universidad del Este (2018a, 2018b), Universidad del Sagrado Corazón (2014), Universidad Ana G. Méndez (2017a, 2017b), Universidad Interamericana de Puerto Rico (2018a, 2018b) y Universidad Metropolitana (2016), en ninguno de los cursos ofrecidos se menciona la teoría de los niveles de van Hiele como estrategia para enseñar en

Geometría, ni tampoco se menciona el tema de los cuadriláteros en las descripciones de los cursos de Geometría, a pesar de que la teoría de los niveles de van Hiele se propuso desde un principio para ayudar a los estudiantes a entender y razonar el tema de los cuadriláteros (van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984)). Sin embargo, en dos cursos que ofrece la Universidad de Puerto Rico en Río Piedras (UPR-RP, 2015) se menciona en su descripción el estudio de las propiedades elementales de los cuadriláteros. Por otro lado, Sabey (2009) señala que completar de manera exitosa los requisitos de los cursos matemáticos no garantiza la presencia de un entendimiento de las Matemáticas que se espera que los maestros de secundaria enseñen.

Al revisar la literatura, el investigador no encontró estudios en Puerto Rico que hubieran trabajado con las variables de nivel de razonamiento geométrico, según van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). Tampoco se encontraron estudios en Puerto Rico sobre dominio metodológico de las etapas de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) y nivel escolar. Sí existen algunas investigaciones acerca de la teoría de los niveles de van Hiele (Denis, 1987; Guevara, 2007; Lara Cotto, 2007; Lisboa Medina, 2010 y Velázquez. 1990).

Capítulo III.

Método

Esta investigación determinó y relacionó el nivel de razonamiento geométrico y el dominio metodológico de la teoría de los niveles de razonamiento geométrico de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) en maestros de Matemáticas y los diferenció según su nivel escolar. Este capítulo presenta la descripción del diseño de investigación, los participantes del estudio, la descripción del instrumento de medición, el procedimiento utilizado para recopilar los datos y el método aplicado para analizar los datos.

Diseño de investigación

Este estudio se desarrolló con un enfoque de investigación cuantitativo. De acuerdo con Hernández Sampieri, Fernández Collado y Baptista Lucio (2014), este enfoque utiliza la recolección y el análisis de datos estadísticamente descriptivos e inferenciales no paramétricos para contestar preguntas de investigación y probar hipótesis establecidas previamente y para establecer patrones de comportamiento en una población, en este caso, de maestros de Matemáticas del nivel elemental e intermedio.

El diseño de investigación que se utilizó fue el no experimental, transeccional y de alcance descriptivo-correlacional. No experimental, porque no se manipularon de manera intencional las variables independientes (en este estudio, el nivel escolar) para determinar si había o no diferencia con las variables dependientes (en este estudio, el nivel de razonamiento geométrico y el dominio metodológico de las etapas según van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984)). La investigación fue transeccional porque

recolectó datos en un solo momento, en un tiempo único (Hernández Sampieri, et al., 2014). La investigación fue de alcance descriptivo porque se analizaron datos descriptivos (media, mediana, moda, desviación estándar y porcentaje) sobre las variables y se informó lo que podían arrojar esos datos (Hernández Sampieri, et al., 2014). El estudio fue correlacional porque las variables del estudio se analizaron con estadísticas inferenciales no paramétricas que podían describir vínculos o asociaciones entre éstas (Hernández Sampieri et al., 2014), tales como la Ro de Spearman y la Prueba U de Mann-Whitney.

En este estudio, participaron 15 maestros de Matemáticas del nivel elemental y 16 del nivel intermedio de escuelas públicas y privadas. A éstos, se les administró la *Prueba de Geometría de van Hiele* para determinar en qué nivel de razonamiento geométrico se encontraban según van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) que se encuentra en el Apéndice B, y que incluyó una sección creada por el autor para determinar el dominio metodológico respecto a la enseñanza de la Geometría usando los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), que se incluye en el Apéndice B.

Participantes del estudio

La población accesible del estudio consistió en maestros de Matemáticas de los niveles elemental e intermedio de las escuelas públicas y privadas de Puerto Rico que participaron en el Programa MSP (*Math and Science Partnership*) en la Universidad Interamericana de Puerto Rico (UIPR). La muestra del estudio, por conveniencia y disponibilidad, fue de los maestros de Matemáticas del nivel elemental e intermedio de las escuelas públicas y privadas que participaron del Programa MSP que accedieron a

participar en tres de los recintos de la UIPR. La Tabla 5 presenta la población de maestros de Matemáticas que participaron del Programa MSP en tres recintos de la Universidad Interamericana de Puerto Rico y la muestra de éstos que aceptaron participar.

Tabla 5

Muestra de maestros de Matemáticas que participaron del Programa MSP en la Universidad Interamericana de Puerto Rico

Universidad	Nivel 4 al 6	%	Nivel 7 al 9	%
Interamericana de PR	n/N		n/N	
Recinto de Barranquitas	7/25	28.000	6/25	24.000
Recinto Metropolitano	5/18	27.778	1/18	5.556
Recinto de Ponce	3/28	10.714	9/28	32.143
Participantes/Total	15/71	21.127	16/71	22.535

El total de maestros de Matemáticas en el Programa MSP en la Universidad Interamericana de Puerto Rico que participaron en el estudio fue de 31 de una población de 71 (43.662%), 15 del nivel 4 al 6 (21.127%) y 16 del nivel 7 al 9 (22.535%). La edad de los maestros participantes del estudio fue mayor de 21 años. En este estudio no hubo participantes del nivel de escuela superior.

Los criterios de inclusión para este estudio fueron los siguientes:

1. Los maestros que participaron del estudio eran del Programa MSP de la Universidad Interamericana de Puerto Rico.
2. Los maestros eran mayores de 21 años.
3. Los maestros se encontraban en uno de los niveles escolares: 4 al 6 (elemental) o 7 al 9 (intermedio).
4. Los maestros que ofrecían Matemáticas al momento del estudio.

5. Los maestros aceptaron participar en el estudio.

Los criterios de exclusión de este estudio fueron los siguientes:

1. Todo maestro que no participara en el Programa MSP de la Universidad Interamericana de Puerto Rico.
2. Todo maestro de 21 años o menos.
3. Todo maestro que no aceptara participar en el estudio.

El lugar donde se llevó a cabo la investigación fue en la Universidad Interamericana de Puerto Rico en los Recintos de Barranquitas, Metropolitano y Ponce. Esta investigación no se llevó a cabo en el lugar de trabajo del investigador, ya que no trabaja en la Universidad Interamericana de Puerto Rico como profesor, sino que se desempeña como maestro en una escuela del Departamento de Educación de Puerto Rico.

La identificación, el reclutamiento y el contacto de los participantes del estudio se efectuaron a través de los directores de cada Programa MSP de los distintos recintos de la Universidad Interamericana de Puerto Rico. El investigador se reunió con cada director del Programa MSP y le explicó en qué consistía el estudio. El investigador solicitó a los Rectores de cada recinto de la Universidad Interamericana de Puerto Rico la autorización para la conducción del estudio (Apéndice C).

Después de obtener las autorizaciones correspondientes, el investigador y el director de cada Programa MSP coordinaron una fecha, un sábado, en la que el investigador se presentó ante los participantes del estudio en el lugar de reunión designado por el Proyecto en cada recinto de la Universidad Interamericana de Puerto Rico. Se les leyó a los participantes la hoja informativa incluida dentro del sobre con el

instrumento (Apéndice D) y se les explicó en qué consistía el estudio antes de administrar el instrumento. El investigador clarificó dudas antes de que completaran el instrumento. Luego, el investigador se mantuvo disponible fuera del salón para que los maestros participantes pudieran completar el instrumento en 60 minutos. Los maestros participantes del estudio, después de completar el instrumento, depositaron el sobre cerrado que contenía el instrumento dentro de una urna asignada para asegurar la privacidad del participante. Al finalizar el tiempo asignado, el investigador recogió el buzón y agradeció la participación de los maestros en el estudio. Luego, procedió con el análisis correspondiente de los datos del instrumento de medición.

La confidencialidad y privacidad de los participantes fue garantizada en el estudio por el investigador. La participación de los maestros de Matemáticas del nivel elemental e intermedio fue anónima. Éstos no tuvieron que identificarse con su nombre en el instrumento. Solamente indicaron el nivel de enseñanza 4 al 6 (elemental) ó 7 al 9 (intermedio) y certificaron que eran mayores de 21 años. Se les indicó, en la hoja informativa del instrumento que, al completarlo y depositarlo en el buzón, estaban accediendo o consintiendo su participación en el estudio (*waiver of consent*). Las respuestas del instrumento se analizaron en forma grupal para garantizar la confidencialidad de los participantes. El investigador guardará los instrumentos de medición por tres años en su hogar y, luego, serán destruidos usando una máquina trituradora de papel.

Con el propósito de asegurar los derechos de los participantes en este estudio se siguió el procedimiento establecido en el *Documento Normativo A-IRB-013-2000R de la*

Universidad Interamericana de Puerto Rico, Políticas y normas sobre la protección de los derechos de los sujetos humanos que participan en proyectos de investigación (UIPR, 2007). Como requisito, el investigador completó el curso básico de CITI, *Collaborative Institutional Training Initiative* (Apéndice E). Para asegurar la protección de los derechos de los participantes del estudio, el investigador eliminó la influencia indebida y la coerción de la siguiente manera:

1. El participante del estudio que no deseara participar no tenía que completar ni entregar el instrumento de medición. En esta investigación, esto no sucedió.
2. Ninguna persona de la administración del Programa MSP estuvo presente en la administración del instrumento de medición.
3. El investigador, una vez orientó al grupo de maestros participantes, se mantuvo fuera del salón donde los maestros completaron el instrumento por un espacio de tiempo de 60 minutos. Luego, recolectó el instrumento, el cual debía ser depositado por el maestro en un buzón.
4. No hubo compensación económica alguna para los participantes en este estudio. La participación en la investigación fue libre y voluntaria.

No se anticiparon riesgos en este estudio, excepto situaciones de índole natural que podían surgir como parte de las actividades diarias. Los riesgos mínimos de participación en el estudio incluyeron sentir hambre, molestia física por permanecer sentados y por el uso de los lápices mientras completaban el instrumento de medición. También incluyó el estrés que pudo sentir el participante en el momento en que completó el instrumento. Se permitió que el participante del estudio merendara, se levantara de su

asiento, estirarse y descansara brevemente si lo entendía necesario durante la administración del instrumento. Tampoco se anticiparon riesgos para la salud en este estudio, excepto situaciones naturales que pudieron surgir como parte de las actividades diarias. De haberse presentado alguna situación en la que el participante del estudio manifestara sentirse mal de salud, el investigador hubiera permitido que el participante (al ser mayor de 21 años) se retirara del salón y no completara su instrumento. En el caso de cualquier situación o riesgo, se le iba a informar al investigador de los hechos para que pudiera tomar la acción pertinente, según el protocolo establecido por la Universidad Interamericana de Puerto Rico para casos de emergencia por desastres naturales o de otra índole (Apéndice F). Durante la realización del estudio, no ocurrieron situaciones de índole natural, ni riesgos relacionados a la salud del participante o eventos adversos.

Se solicitó a la Junta de Revisión Institucional (IRB por sus siglas en inglés) de la Universidad Interamericana de Puerto Rico la revisión y aprobación del proyecto de investigación (Apéndice G). Dicha solicitud incluyó una descripción detallada de los objetivos y procedimientos de la investigación, la población por investigar, la selección de los participantes, la administración del instrumento y los riesgos y beneficios anticipados.

Instrumentos de medición

Para recopilar los datos necesarios y contestar las preguntas de investigación, se utilizó un instrumento que incluyó una prueba con ejercicios de selección múltiple y un cuestionario (Apéndice B). El instrumento base en este estudio fue *The van Hiele Geometry Test* diseñado por Usiskin (1982), el que se encuentra en el Apéndice A. El

investigador se comunicó por correo electrónico con el autor del instrumento y éste le concedió permiso para su uso y traducción (Apéndice H).

El investigador tradujo al español el instrumento y luego lo sometió a tres expertos en traducción. Estos expertos fueron: Dra. Carol Moe, Dr. José Sellas Aponte y Dra. Marta Viada del Departamento de Lenguas y Literaturas del Recinto de San Germán de la Universidad Interamericana de Puerto Rico. Los expertos certificaron la validez de la traducción del instrumento (Apéndice I). La parte III del instrumento, creada por el investigador, también fue sometida a tres expertos en Matemáticas para su validación. Estos expertos fueron: Dra. Lina Llanos Vargas del Departamento de Matemáticas y Ciencias Aplicadas del Recinto de San Germán de la Universidad Interamericana de Puerto Rico, Dr. Richard Mercado Rivera, maestro retirado que ofrece talleres y actividades de desarrollo profesional y Dr. Carlos R. Rosario Pérez, maestro de Matemáticas de cursos avanzados en C.R.O.E.M. (Centro Residencial de Oportunidades Educativas de Mayagüez). Los expertos certificaron la validez de los ítems creados en el instrumento (Apéndice J).

Para efectos de la investigación, en la parte I del instrumento de medición (Apéndice B) se incluyó una pregunta acerca del nivel escolar que enseñaban los participantes del estudio. La parte II del instrumento se componía de reactivos acerca del nivel de razonamiento geométrico, según la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) y la parte III sobre el dominio metodológico, según la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). En la parte I se utilizó una escala de tipo nominal mediante la alternativa de: Nivel escolar (elemental o intermedio).

En la parte III, se utilizó una escala dicotómica (Si o no, cierto o falso). En la selección múltiple (parte II) del instrumento, se utilizó una escala dicotómica (correcto o incorrecto). En la Tabla 6, se presentan las partes del instrumento, las escalas, sus reactivos (ítems) correspondientes y la confiabilidad.

Tabla 6

Partes del instrumento de medición, sus escalas y reactivos (ítems)

Partes del instrumento	Escala	Número de reactivos (ítems)
Datos del Participante	Nominal	1
Razonamiento Geométrico	Dicotómica	2 al 26
Dominio Metodológico	Dicotómica	27 al 41

Confiabilidad. Según Usiskin (1982), el *van Hiele Geometry Test* está considerado como una prueba de cinco ítems para propósitos de confiabilidad. Se utilizó la fórmula estadística Kuder y Richardson (KR_{20}) para determinar su confiabilidad (Usiskin, 1982). Cuando se administró originalmente dicha prueba en el primer semestre, la confiabilidad para los cinco niveles de la prueba fue: 0.31, 0.44, 0.49, 0.13 y 0.10 (Usiskin, 1982). Luego se administró nuevamente la prueba en el segundo semestre y la confiabilidad para los cinco niveles fueron: 0.39, 0.55, 0.56, 0.30 y 0.26. La razón que Usiskin (1982) explica para las confiabilidades bajas fue el número pequeño de ítems por cada nivel. De acuerdo con Usiskin (1982), pruebas similares de 25 ítems tenían una confiabilidad en cada nivel de: 0.74, 0.82, 0.88, 0.43 y 0.38 en otoño; y 0.79, 0.88, 0.88, 0.69 y 0.65 en primavera. Según Usiskin (1982), las confiabilidades bajas en los niveles 4 y 5 (otoño y primavera) se derivan de la falta de especificación de la teoría van Hiele en esos niveles (Usiskin, 1982).

Para determinar la confiabilidad del instrumento traducido al español, se realizó una prueba piloto (Apéndice K). El investigador solicitó la autorización necesaria a la Junta de Revisión Institucional de la Universidad Interamericana de Puerto Rico (IRB, por sus siglas en inglés) para este fin (Apéndice L). La prueba piloto se administró a 15 maestros de Matemáticas, nueve de nivel elemental (4 al 6) y seis de intermedia (7 al 9) que participaron del programa MSP de la Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recintos de San Germán, Barranquitas, Metropolitano y Ponce.

El investigador entregó un sobre que contenía una hoja informativa acerca del estudio piloto de la investigación (Apéndice M) y el instrumento de medición a someterse a prueba de confiabilidad (Apéndice B). En la hoja se informó que los datos obtenidos en la investigación se mantendrían en estricta confidencialidad y que no aparecería el nombre de los participantes para así evitar su identificación. Las respuestas de los instrumentos de medición se analizaron en forma grupal para garantizar la confidencialidad de los participantes. Se les informó que su participación era anónima y que no había que identificarse, excepto por el nivel de escolar (4 al 6 ó 7 al 9) y la certificación de que eran mayores de 21 años. Al completar el instrumento de medición y depositarlo en la urna disponible, los participantes accedieron a participar del proceso de investigación (*waiver of consent*). Si no querían participar del estudio piloto, éstos no completarían ni entregarían el instrumento de medición.

Al recopilar el instrumento de medición de la prueba piloto, el investigador analizó los resultados mediante el programa *SPSS 25 (Statistical Package for Social*

Sciences 25). Para determinar la confiabilidad de la segunda y tercera parte del instrumento de medición se utilizó la prueba estadística Kuder y Richardson (KR_{21}). Esta prueba se utiliza para instrumentos que tienen ítems dicotómicos. Los factores pueden fluctuar entre 0 y 1, donde 0 indica una confiabilidad nula y 1 indica una confiabilidad óptima. Se obtuvo un 0.785, lo que significa que el instrumento fue adecuado y confiable para la investigación.

Procedimiento de recopilación de datos

Para el desarrollo de este estudio, se siguieron los siguientes pasos una vez obtenida la autorización de la Junta de Revisión Institucional (Apéndice G):

1. El investigador coordinó con la directora del Programa MSP de la Universidad Interamericana de Puerto Rico en el Recinto de San Germán, un día (sábado) en que se reunía el Programa para la administración de la prueba piloto.
2. Luego de dicha coordinación, el investigador se reunió con los maestros participantes del Programa MSP de la Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recinto de San Germán y les explicó en qué consistía la investigación y cómo formarían parte de esta.
3. Se administró el instrumento de medición (prueba piloto) a los maestros participantes del Programa MSP de la Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recinto de San Germán, con la ayuda de la presidenta del Comité de Disertación Doctoral. Solamente participaron dos maestros.
4. El investigador coordinó con los directores del Programa MSP de la Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recintos de Barranquitas,

Metropolitano y Ponce, un día (sábado) en que se reunía el Programa para la administración de la prueba piloto (*Prueba de Geometría de van Hiele*).

5. Luego de dicha coordinación, el investigador se reunió con los maestros participantes del Programa MSP de la Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recintos de Barranquitas, Metropolitano y Ponce y les explicó en qué consistía la investigación y cómo formarían parte de ésta.
6. Se administró la prueba piloto, el instrumento de medición (*Prueba de Geometría de van Hiele*) a los maestros participantes del Programa MSP de la Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recintos de Barranquitas, Metropolitano y Ponce. De éstos se seleccionaron, al azar, 13 maestros para completar el número mínimo (15) requerido para determinar la confiabilidad del instrumento.
7. Luego el investigador tabuló el instrumento y efectuó el análisis correspondiente para determinar la confiabilidad del instrumento.
8. El investigador utilizó el programa *SPSS 25* para determinar la confiabilidad del instrumento de medición. Utilizó la prueba estadística Kuder y Richardson (KR_{21})

La Tabla 7 presenta el calendario utilizado en la realización de la investigación.

Esta se efectuó de marzo a octubre de 2018.

Tabla 7

Calendario del procedimiento de la investigación

Procedimiento	Fecha
1. Autorización del IRB	marzo 2018
2. Estudio piloto	abril 2018
3. Estudio formal o investigación	abril 2018
4. Análisis estadístico e interpretación de los datos	mayo 2018
5. Redacción del documento de disertación doctoral y la recomendación del Comité de Disertación	mayo 2019
6. Presentación de la disertación doctoral (borrador final)	octubre 2019

Análisis estadístico

Para el análisis estadístico de los datos se utilizó la estadística descriptiva (media, mediana, moda, desviación estándar y porcentaje). Los datos obtenidos en el instrumento se analizaron mediante el programa de *SPSS 25 (Statistical Package for Social Sciences 25)*. Se presentaron tablas y gráficas para ilustrar los resultados.

También se utilizó, en el análisis de los resultados del estudio, la estadística inferencial no paramétrica, porque la muestra empleada en la investigación fue de 31 maestros participantes para ambos grupos del estudio (nivel elemental: 15 y nivel intermedio: 16). Se aplicó el coeficiente r_s de Spearman para determinar las relaciones entre las variables. Se aplicó la Prueba de Mann-Whitney (U) para determinar si existen diferencias observadas entre los participantes del estudio sobre el nivel de razonamiento geométrico y el dominio metodológico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), según el nivel escolar, utilizando un $p < 0.05$ como significancia. En la Tabla 8 se presentan las preguntas de investigación y las pruebas realizadas a cada pregunta.

Tabla 8

Preguntas de investigación, pruebas estadísticas y gráficas

Preguntas de Investigación	Pruebas Estadísticas y Gráficas
1. ¿Qué nivel de razonamiento geométrico tienen los maestros de Matemáticas, de acuerdo con la teoría de los niveles van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984)?	Frecuencia (f), porcentaje (%) y gráfica de barras
2. ¿Cuál es el dominio metodológico que tienen los maestros de Matemáticas, de acuerdo con la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984)?	Media ($\bar{X}$), mediana (Md), moda (Mo), desviación estándar (s) y porcentaje (%)
3. ¿Qué relación existe entre el nivel de razonamiento geométrico y el dominio metodológico de los maestros de Matemáticas de acuerdo con la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984)?	Coefficiente Ro de Spearman (r_s) y gráfica lineal
4. ¿Existe diferencia significativa ($p < 0.05$) en el nivel de razonamiento geométrico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), según el nivel escolar?	Prueba U de Mann-Whitney y gráfica de caja y bigote (<i>Box-plot</i>)
5. ¿Existe diferencia significativa ($p < 0.05$) en el dominio metodológico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), según el nivel escolar?	Prueba U de Mann-Whitney y gráfica de caja y bigote (<i>Box-plot</i>)

Capítulo IV.

Resultados

En este capítulo, se presentan los hallazgos de la investigación, cuyo propósito fue determinar y relacionar el nivel de razonamiento geométrico y el dominio metodológico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) en maestros de Matemáticas y diferenciarlos según su nivel escolar. El estudio se llevó a cabo utilizando la *Prueba de Geometría de van Hiele*, con una muestra de 31 maestros de Matemáticas del nivel elemental e intermedio de las escuelas públicas y privadas que participaron del programa MSP (*Math and Science Partnership*) de la Universidad Interamericana de Puerto Rico en tres de sus recintos. Estos maestros, por conveniencia y disponibilidad, accedieron participar y completar el instrumento. A continuación, se presentan las preguntas de investigación y el resumen de los hallazgos relacionados con éstas. Se termina con un resumen de los resultados.

Primera pregunta de investigación: ¿Qué nivel de razonamiento geométrico tienen los maestros de Matemáticas, de acuerdo con la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984)?

El análisis de los datos para la primera pregunta incluyó la frecuencia y el porcentaje para corroborar el nivel de razonamiento geométrico que poseen los maestros de Matemáticas según la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984).

La Tabla 9 presenta los datos de la primera pregunta de investigación, utilizando los resultados de los ítems dos al 26 del instrumento, cuya sección contenía el

razonamiento geométrico según la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). El razonamiento geométrico se desglosa por niveles: ítems dos al seis representan el nivel 0 – Visualización; ítems del siete al 11 representan el nivel 1 – Análisis; los del 12 al 16 representan el nivel 2 – Abstracción, los ítems 17 al 21 representan el nivel 3 – Deducción formal y los ítems del 22 al 26 representan el nivel 4 – Rigor matemático.

Tabla 9

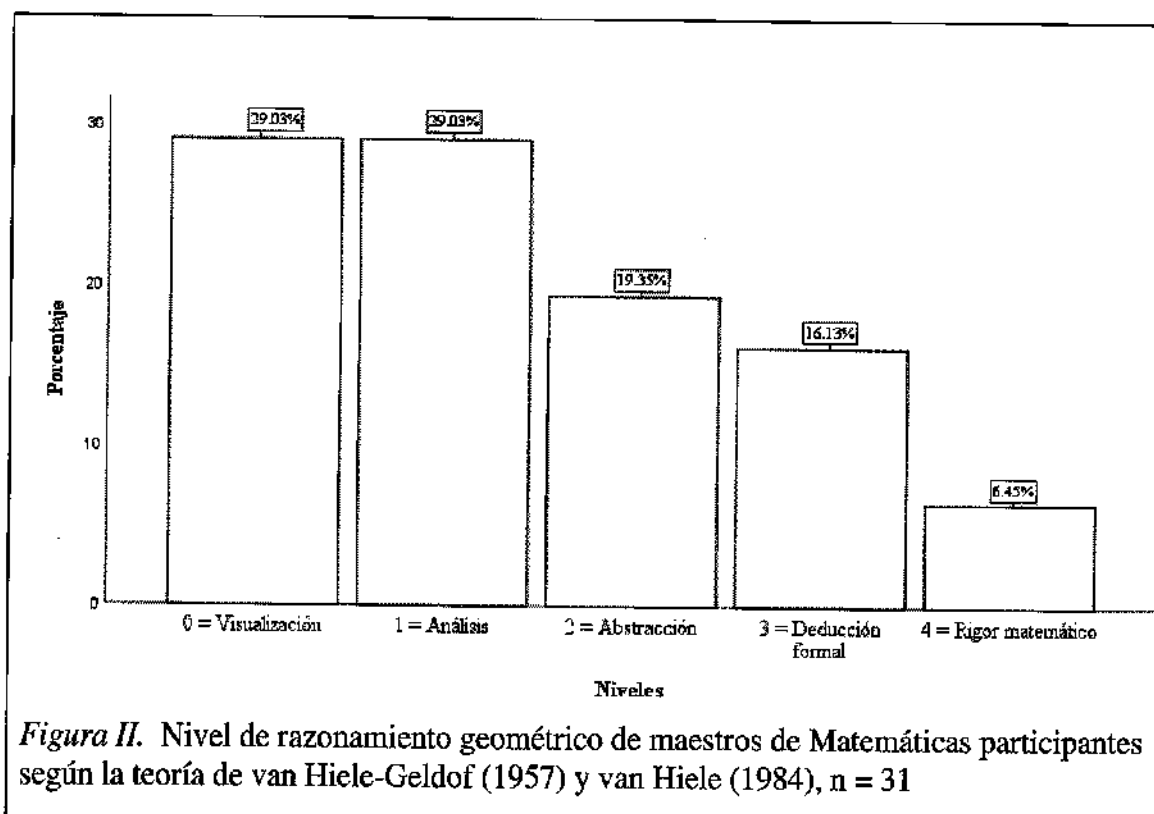
Nivel de razonamiento geométrico de maestros de Matemáticas participantes de la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), n = 31

Nivel	f	%
0 = Visualización	9	29.032
1 = Análisis	9	29.032
2 = Abstracción	6	19.355
3 = Deducción formal	5	16.129
4 = Rigor matemático	2	6.452
Total	31	100.000

Se observa en la Tabla 9 que nueve maestros participantes en el estudio se ubicaron en el nivel 0 – Visualización de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), que corresponden a un 29.032%. Nueve maestros participantes se ubicaron en el nivel 1 – Análisis y corresponde a un 29.032% de los maestros participantes. Los niveles 0 y 1 (Visualización y Análisis), representan los porcentajes más altos de la muestra. Por otro lado, seis de los maestros participantes en el estudio se encuentran en el nivel 2 – Abstracción y corresponden al 19.355%. Cinco maestros participantes se ubicaron en el nivel 3 – Deducción formal, para un 16.129%. Finalmente, dos maestros participantes se ubicaron en el nivel 4 – Rigor matemático,

correspondiente a 6.452%. Se puede observar que, a medida que los niveles de la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) aumentan, el porcentaje de ubicación de los maestros participantes en el estudio por niveles disminuye.

La *Figura II* muestra a los maestros participantes del estudio ($n = 31$) y su ubicación en el nivel de razonamiento geométrico de la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). Ésta confirma visualmente los datos de la Tabla 9.



Se observa en la *Figura II*, que el 58.064% correspondientes a 18 maestros participantes del estudio se ubicaron de manera equitativa en el nivel 0 – Visualización y el nivel 1 – Análisis de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). Este porcentaje nos indica que los maestros participantes del estudio tienen un razonamiento geométrico que comprende lo siguiente: 1) la percepción de figuras

geométricas como un todo sin el reconocimiento de sus propiedades o las relaciones entre las partes de las figuras y 2) al igual que el análisis de las figuras de acuerdo con sus partes. La Tabla 10 presenta el nivel de razonamiento geométrico de los maestros de Matemáticas participantes en el estudio que corresponden al nivel elemental, $n = 15$.

Tabla 10

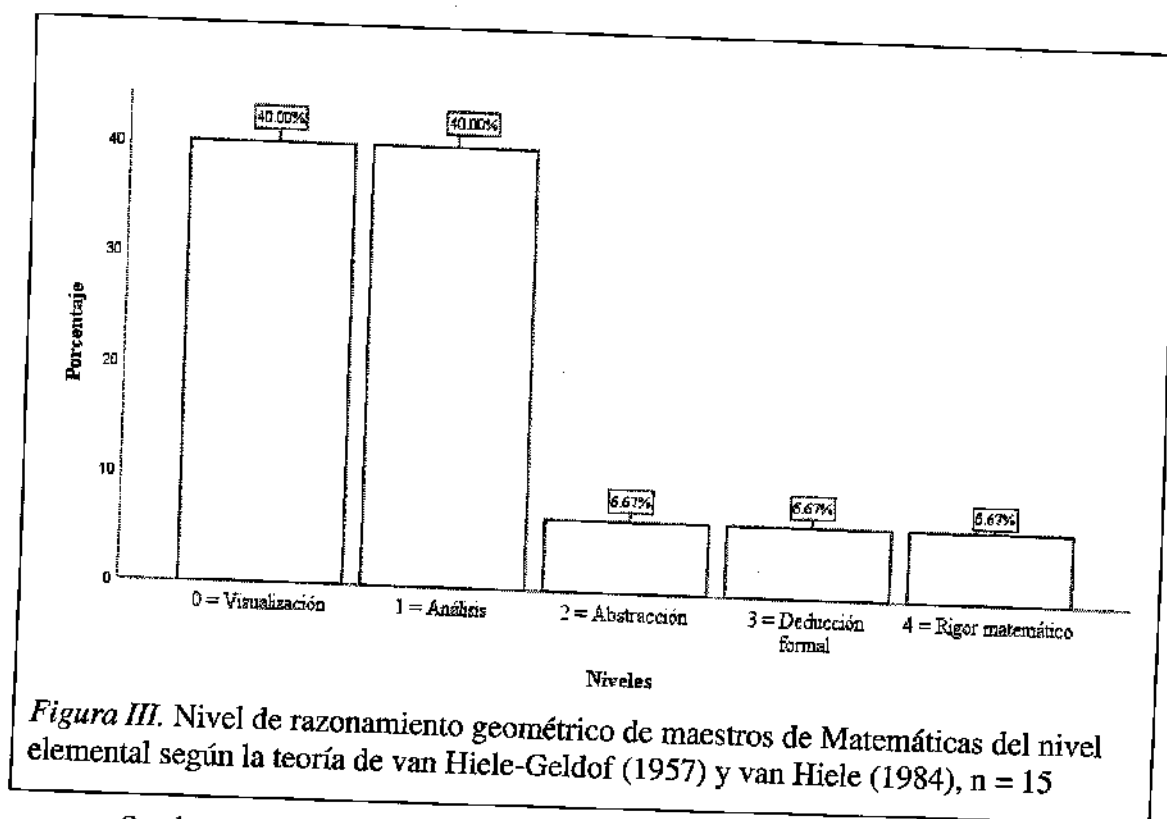
Nivel de razonamiento geométrico de maestros de Matemáticas del nivel elemental participantes, según la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), $n = 15$

Nivel	f	%
0 = Visualización	6	40.000
1 = Análisis	6	40.000
2 = Abstracción	1	6.667
3 = Deducción formal	1	6.667
4 = Rigor matemático	1	6.667
Total	15	100.000

Se observa, en la Tabla 10, que seis maestros participantes del nivel elemental en el estudio se ubicaron en el nivel 0 – Visualización de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), que corresponden a un 40.000%. Seis maestros participantes se ubicaron en el nivel 1 – Análisis, correspondientes a un 40.000%. Los niveles 0 y 1 (Visualización y Análisis), representan el porcentaje más alto de la muestra. En cuanto a los niveles 2, 3 y 4 (Abstracción, Deducción formal y Rigor matemático, respectivamente), tres maestros participantes del estudio se ubicaron uno en cada nivel y corresponden al 6.667% cada uno. Se puede observar que, a medida que los niveles de la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) aumentan, el porcentaje de ubicación de los maestros participantes en el estudio, por niveles, disminuye.

La Figura III muestra a los maestros de Matemáticas del nivel elemental participantes del estudio ($n = 15$) y su ubicación en el nivel de razonamiento geométrico

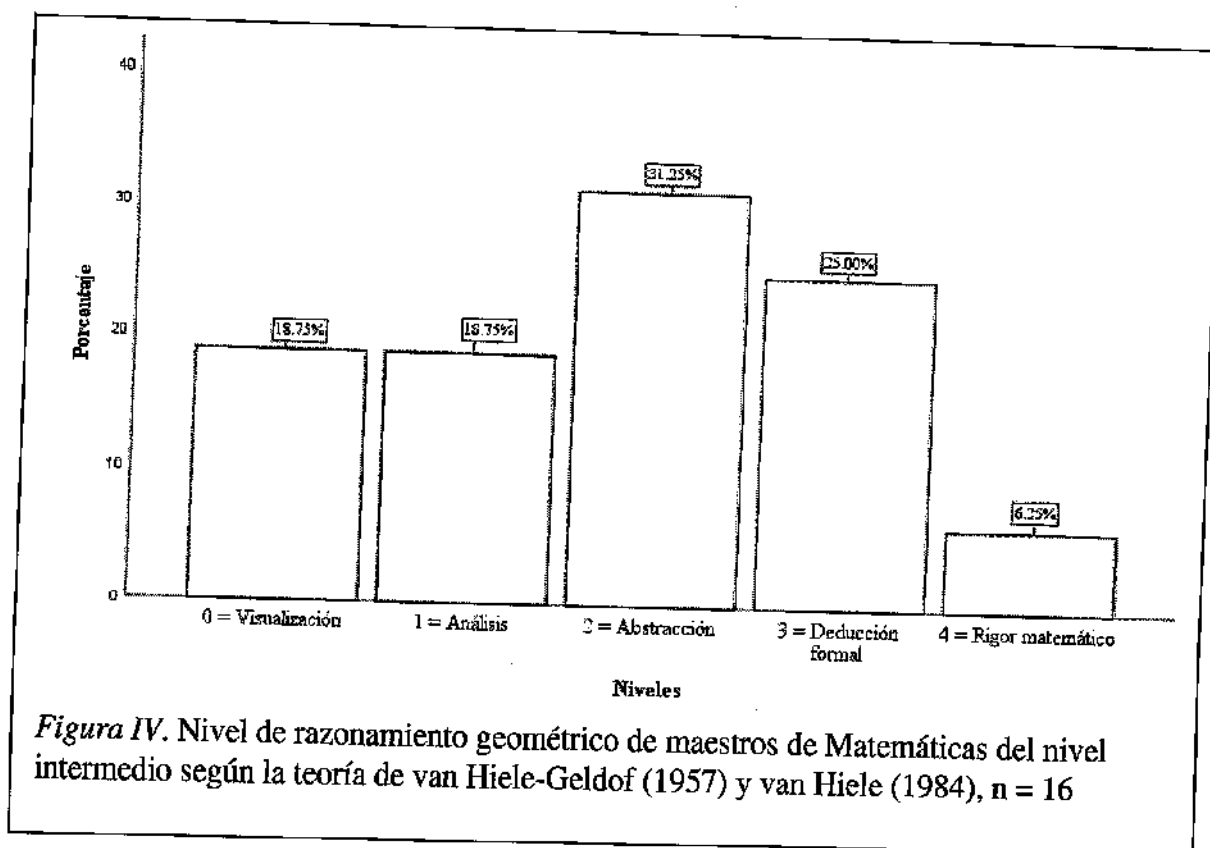
de la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). Esta gráfica confirma visualmente los datos de la Tabla 10.



Se observa en la Figura III, que el 80.000% correspondiente a 12 maestros del nivel elemental participantes del estudio se ubicaron de manera equitativa en el nivel 0 – Visualización y el nivel 1 – Análisis de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). Este porcentaje nos indica que los maestros de nivel elemental participantes del estudio tienen un razonamiento geométrico que comprende lo siguiente: 1) la percepción de figuras geométricas como un todo sin el reconocimiento de sus propiedades o las relaciones entre las partes de las figuras y 2) el análisis de figuras de acuerdo con sus partes. Por otro lado, el 20.000% correspondiente a tres maestros de elemental también se ubicaron de manera equitativa en los niveles 2 – Abstracción, 3 –

2 – Abstracción. Sin embargo, disminuye el porcentaje de ubicación de los maestros participantes después del nivel 2 – Abstracción.

La Figura IV muestra a los maestros de Matemáticas del nivel intermedio participantes del estudio ($n = 16$) y su ubicación en el nivel de razonamiento geométrico de la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). Ésta confirma visualmente los datos de la Tabla 11.



Se observa en la Figura IV, que el 37.500% correspondiente a seis maestros del nivel intermedio participantes del estudio se ubicaron en los niveles 1 – Visualización y 2 – Análisis de la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). Esto significa que los maestros perciben las figuras de manera holística y el análisis de dichas figuras se hacen de acuerdo con sus partes. El 31.250% correspondiente a cinco maestros de

intermedia se ubicaron en el nivel 2 – Abstracción. Significa que el 68.750% de los maestros de intermedia se encuentran en los niveles de razonamiento geométrico correspondiente a los maestros del nivel elemental. Se espera que los maestros de intermedia y superior deben encontrarse en los niveles 3 – Deducción formal y 4 – Rigor matemático, según la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). Esto no sucedió así.

Segunda pregunta de investigación: ¿Cuál es el dominio metodológico que tienen los maestros de Matemáticas, de acuerdo con la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984)?

Para contestar esta pregunta, se utilizó la sección III del instrumento titulada: “Metodología en Geometría” con 15 ítems. El análisis de datos para la segunda pregunta incluyó la media ($\bar{x}$), la mediana (Md), la moda (Mo), la desviación estándar (s) y el porcentaje para corroborar el dominio metodológico que poseen los maestros de Matemáticas participantes del estudio ($n = 31$) de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) (Apéndice N). La Tabla 12 muestra los resultados obtenidos.

Tabla 12

Dominio metodológico de los maestros de Matemáticas participantes de la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), $n = 31$

$\bar{x}$	Md	Mo	s	Porcentaje de maestros Dominio ($\geq 70\%$)	Porcentaje de maestros No dominio
8.61 (27.777%)	10 (32.258%)	10 (32.258%)	3.232	19.400 %	80.600%

Se puede observar, en la Tabla 12, que la media ($\bar{X}$) fue de 8.61 de un total de 31 participantes (27.777%). Esto indica que no hubo dominio de la metodología de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), según establecido previamente ($27.777\% < 70\%$, fracaso). La mediana (Md) fue de 10 (32.258%) y la moda (Mo) fue de 10 (32.258%). Ambos procedimientos también evidenciaron no dominio. Esto indica que los maestros no evidenciaron dominio metodológico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). Un 19.400 % de los maestros participantes del estudio, que obtuvieron 70% o más en la prueba, demostró tener dominio metodológico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), mientras que un 80.600 % demostró no tener dominio metodológico. Por otro lado, la desviación estándar obtenida fue de 3.232. Esta medida de dispersión indica que cuanto mayor sea la dispersión de los datos alrededor de la media, mayor será la desviación estándar. Esto significa que las respuestas de los maestros fueron heterogéneas, es decir, las respuestas no fueron similares.

A continuación, se presenta la Tabla 13, que contiene la escala de intervalo que se utilizó para interpretar los resultados sobre el dominio metodológico de los maestros de Matemáticas participantes del estudio de la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). Esta escala de intervalo, expresada en porcentaje, incluye el número de maestros participantes y la interpretación de su significado en escala nominal.

Tabla 13

Interpretación de resultados del dominio metodológico de los maestros de Matemáticas participantes de la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), n = 31

Escala de Intervalo	N	% (n = 31)	Interpretación
100% – 90 %	0	0.000	Excelente
89% – 80 %	2	6.451	Bueno
79% – 70 %	4	12.903	Regular
69% – 60 %	18	58.065	Deficiente
0% – 59 %	7	22.581	Fracaso

Se puede observar, en la Tabla 13, que seis (19.355%) maestros participantes del estudio mostraron dominio metodológico de la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). Entre éstos, dos maestros obtuvieron un porcentaje de 89% – 80% o bueno y cuatro maestros obtuvieron un porcentaje de 79% – 70% o regular. Por otro lado, 25 (80.646%) maestros participantes del estudio no mostraron dominio metodológico. Entre estos, 18 maestros obtuvieron un porcentaje de 69% – 60% o deficiente y siete maestros obtuvieron un porcentaje de 0% – 59% o fracaso.

La Tabla 14 muestra los datos obtenidos por los maestros del nivel elemental.

Tabla 14

Dominio metodológico de los maestros de Matemáticas del nivel elemental de la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), n = 15

$\bar{x}$	<i>Md</i>	<i>Mo</i>	<i>s</i>	Porcentaje de maestros Dominio ($\geq 70\%$)	Porcentaje de maestros No dominio
8.47 (56.466%)	10 (66.666%)	10 (66.666%)	3.603	20.000%	80.000%

Esta incluye la media ($\bar{x}$), la mediana (*Md*), la moda (*Mo*), la desviación estándar (*s*) y el porcentaje para corroborar el dominio metodológico que poseen los maestros de Matemáticas del nivel elemental (n = 15) de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof

(1957) y van Hiele (1984). Se puede observar, en la Tabla 14, que la media ($\bar{X}$) fue de 8.47 de un total de 15 (56.466%). Esto indica que no hubo un dominio de la metodología de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). La mediana (Md) y la moda (Mo) fueron de 10 (66.666%, respectivamente). Esto equivale a que su dominio metodológico fue deficiente por parte de los maestros de nivel elemental. Un 20.000 % de los maestros participantes del estudio, que obtuvieron 70% o más en la prueba, demostró tener dominio metodológico de la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), mientras que un 80.000 % demostró no tener dominio metodológico. Por otro lado, la desviación estándar (s) obtenida fue de 3.603. Esto significa que las respuestas de los maestros fueron heterogéneas, es decir, las respuestas no fueron similares.

A continuación, se presenta la Tabla 15.

Tabla 15

Interpretación de resultados del dominio metodológico de los maestros de Matemáticas del nivel elemental de la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), $n = 15$

Escala de Intervalo	N	% ($n = 15$)	Interpretación
100% – 90 %	0	0.000	Excelente
89% – 80 %	1	6.667	Bueno
79% – 70 %	2	13.333	Regular
69% – 60 %	8	53.333	Deficiente
0% – 59 %	4	26.667	Fracaso

Esta tabla contiene la escala de intervalos que se utilizó para interpretar los resultados del dominio metodológico de los maestros de Matemáticas del nivel elemental participantes del estudio de la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). Esta escala de intervalo, expresada en porcentaje, incluye el número de maestros participantes

y la interpretación de su significado en escala nominal. Se puede observar en la Tabla 15, que tres (19.999%) maestros participantes del estudio mostraron dominio metodológico de la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). Entre éstos, un maestro obtuvo un porcentaje de 89% – 80% ó bueno y dos maestros obtuvieron un porcentaje de 79% – 70% ó regular. Por otro lado, 12 (79.999%) maestros participantes del estudio no mostraron dominio metodológico. Entre éstos, ocho maestros obtuvieron un porcentaje de 69% – 60% o deficiente y cuatro maestros obtuvieron un porcentaje de 0% – 59% o fracaso. Estos resultados son similares a los obtenidos en el estudio, según la Tabla 14.

La Tabla 16 muestra los datos obtenidos por los maestros del nivel intermedio, que incluye la media ($\bar{X}$), la mediana (Md), la moda (Mo), la desviación estándar (s) y el porcentaje para corroborar el dominio metodológico que poseen los maestros de Matemáticas del nivel intermedio ($n = 16$) de la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984).

Tabla 16

Dominio metodológico de los maestros de Matemáticas del nivel intermedio de la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), $n = 16$

$\bar{X}$	Md	Mo	S	Porcentaje de maestros Dominio ($\geq 70\%$)	Porcentaje de maestros No dominio
8.75 (54.688%)	9.5 (59.375%)	9 (56.250%)	2.955	18.750%	81.250%

Se puede observar, en la Tabla 16, que la media ($\bar{X}$) fue de 8.75 (54.688%, fracaso). Esto indica que no hubo un dominio de la metodología de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). La mediana (Md) fue de 9.5

(59.375%) y la moda (*Mo*) fue de 9 (56.205%). Esto equivale también a no dominio metodológico (fracaso) por parte de los maestros de nivel intermedio. Un 18.750 % de los maestros participantes del estudio, que obtuvieron 70% o más en la prueba, demostró tener dominio metodológico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), mientras que un 81.250% demostró no tener dominio metodológico. Por otro lado, la desviación estándar (*s*) obtenida fue de 2.955. Esto significa que las respuestas de los maestros fueron heterogéneas, es decir, las respuestas no fueron similares.

A continuación, se presenta la Tabla 17 que contiene la escala de intervalos que se utilizó para interpretar los resultados del dominio metodológico de los maestros de Matemáticas del nivel intermedio participantes del estudio de la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). Esta escala de intervalo, expresada en porcentaje, incluye el número de maestros del nivel intermedio participantes y la interpretación de su significado en escala nominal.

Tabla 17

Interpretación de resultados del dominio metodológico de los maestros de Matemáticas del nivel intermedio de la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), n = 16

Escala de Intervalo	n	% (n =16)	Interpretación
100% – 90 %	0	0.000	Excelente
89% – 80 %	0	0.000	Bueno
79% – 70 %	3	18.750	Regular
69% – 60 %	5	31.250	Deficiente
0 % – 59 %	8	50.000	Fracaso

Se puede observar, en la Tabla 17, que tres (18.750%) maestros participantes del nivel intermedio mostraron dominio metodológico de la teoría de van Hiele-Geldof

(1957) y van Hiele (1984). Los tres maestros obtuvieron un porcentaje de 79% – 70% 6 regular. Por otro lado, 13 (81.250%) maestros participantes del estudio no mostraron dominio metodológico. Entre éstos, cinco maestros obtuvieron un porcentaje de 69% – 60% o deficiente y ocho maestros obtuvieron un porcentaje de 0% – 59% o fracaso. Estos resultados son similares a los obtenidos en el estudio, según la Tabla 16.

Tabla 18

Datos descriptivos correspondientes al dominio metodológico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984)

Reactivo	n	$\bar{X}$	<i>Md</i>	<i>Mo</i>	<i>s</i>	% Dominio
32. El maestro permite al estudiante desarrollar una percepción más consciente del sentido geométrico.	27	0.871	1	1	0.341	87
28. El maestro le permite al estudiante expresar en palabras los resultados del proceso de manipulación de objetos materiales.	27	0.870	1	1	0.341	87
39. El maestro le permite al estudiante manejar las figuras geométricas para que sea capaz de verlas en la totalidad de sus propiedades.	26	0.839	1	1	0.374	84
29. El maestro le presenta al estudiante el origami para que este pueda elaborar figuras geométricas.	8	0.258	0	0	0.445	26
40. El maestro diseña problemas basados en la experiencia personal, situación real o que reflejan una situación real en conexión con las experiencias previas del estudiante.	6	0.194	0	0	0.402	19
35. El maestro le enseña al estudiante a identificar la lógica que pueda tener un razonamiento geométrico	4	0.129	0	0	0.341	13
Promedio	16	0.527	1	1	0.374	53

La Tabla 18 presenta seis de los datos relacionados al dominio metodológico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). Los datos representados son aquellos que tienen las medias más altas y bajas. Estos incluyen la media ($\bar{X}$), la mediana (*Md*), la Moda (*Mo*), la desviación estándar (*s*) y el porcentaje

obtenidos. Los datos están ordenados según el orden descendente de la media ($\bar{X}$). El Apéndice N incluye la totalidad de los datos individuales.

Los reactivos o premisas con la media o promedio más alto fueron: a) la premisa 32, que dice “El maestro permite al estudiante desarrollar una percepción más consciente del sentido geométrico”, con una media de 0.871; b) la premisa 28, que dice “El maestro le permite al estudiante expresar en palabras los resultados del proceso de manipulación de objetos materiales” con una media de 0.870; y c) la premisa 39, que dice “El maestro le permite al estudiante manejar las figuras geométricas para que sea capaz de verlas en la totalidad de sus propiedades”, con una media de 0.839. Las premisas 32 y 28 fueron contestadas por el 87% de los maestros participantes, mientras que la premisa 39 fue contestada por el 84% de los maestros participantes. Estas tres premisas corresponden a las estrategias que forman parte del dominio metodológico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). Esto significa que el 87% de los maestros participantes del estudio dominan dos estrategias que forman parte del dominio metodológico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). Estas estrategias son: a) “El maestro permite al estudiante desarrollar una percepción más consciente del sentido geométrico” y b) “El maestro le permite al estudiante expresar en palabras los resultados del proceso de manipulación de materiales”. Esto implica que los maestros participantes del estudio, tanto del nivel elemental como el intermedio, no poseen dominio metodológico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). El 87% de los maestros participantes dominan solamente dos estrategias que forman parte del dominio metodológico de dicha teoría.

Por otra parte, las premisas o reactivos con el promedio o media más bajo fueron:

a) la premisa 29, que dice “El maestro le presenta al estudiante el origami para que este pueda elaborar figuras geométricas”, con una media de 0.258; b) la premisa 40, que dice: “El maestro diseña problemas basados en la experiencia personal, situación real o que reflejan una situación real en conexión con las experiencias previas del estudiante”, con una media de 0.194; y c) la premisa 35, que dice “El maestro le enseña al estudiante a identificar la lógica que pueda tener un razonamiento geométrico”, con una media de 0.129. Las premisas 29 y 40 fueron contestadas por el 26% y 19%, respectivamente, de los maestros participantes. La premisa 35 fue contestada por un 13% de los maestros participantes. Estas tres premisas no corresponden a la estrategia que forma parte del dominio metodológico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). Esto significa que los maestros participantes del estudio no dominan metodológicamente la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) porque éstos seleccionaron otras estrategias que no se relacionan con el dominio metodológico de dicha teoría.

Tercera pregunta de investigación: ¿Qué relación existe entre el nivel de razonamiento geométrico y el nivel de dominio metodológico de los maestros de Matemáticas de acuerdo con la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984)?

Para contestar esta pregunta, los datos obtenidos se sometieron a un análisis inferencial utilizando el coeficiente de correlación *Ro de Spearman* (r_s) para determinar si hubo o no relación entre el razonamiento geométrico y el dominio metodológico de los

maestros de Matemáticas de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). La Tabla 19 presenta la relación entre el razonamiento geométrico según la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) y su dominio metodológico de los maestros de Matemática.

Tabla 19

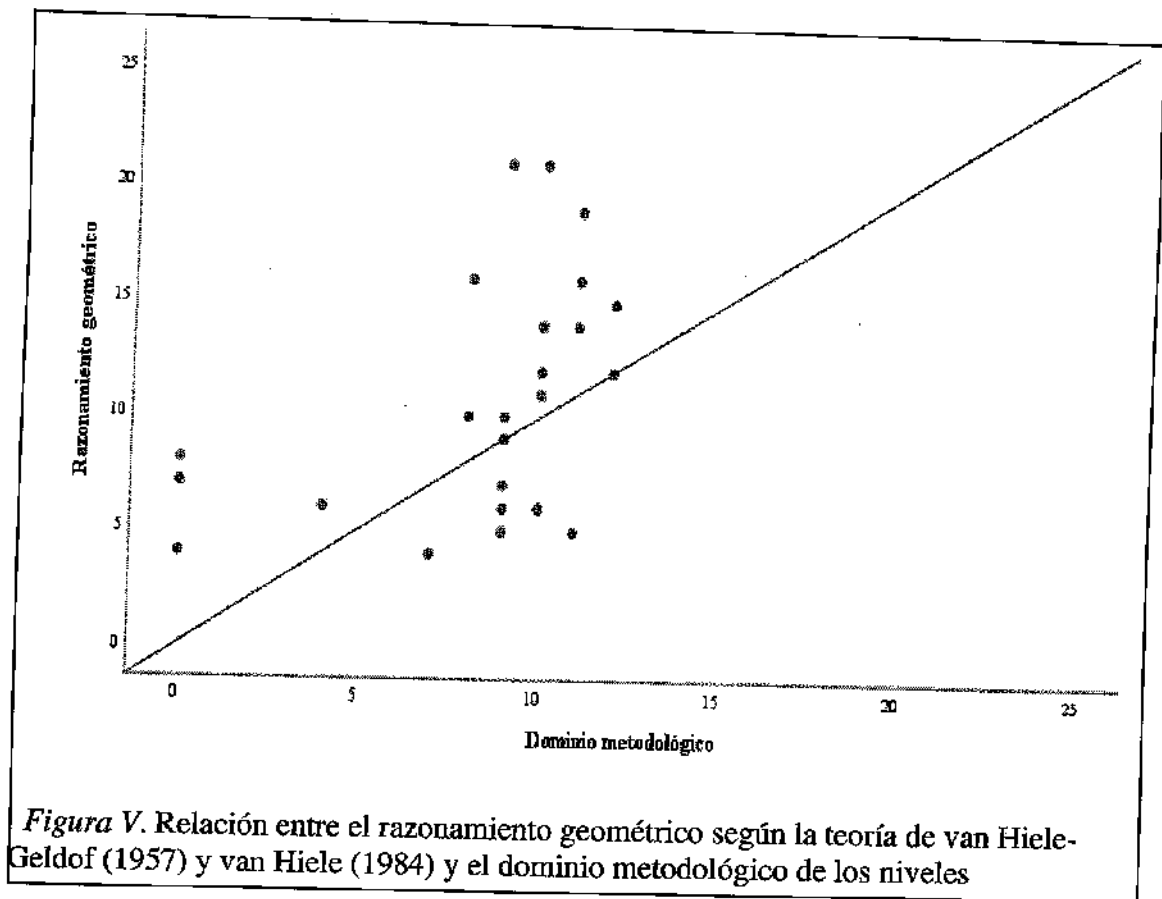
Relación entre el nivel de razonamiento geométrico según la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) y el dominio metodológico de los maestros de Matemáticas

Ro de Spearman (r_s)	Nivel razonamiento geométrico	Coeficiente de correlación Sig. (bilateral) N	Nivel de razonamiento geométrico	Dominio metodológico
			1.000 31	0.458** 0.010 31
	Dominio metodológico	Coeficiente de correlación Sig. (bilateral) N	0.458** 0.010 31	1.000 31

** La correlación es significativa en el nivel 0.01 (bilateral)

Se puede observar, en la Tabla 19, que el coeficiente de correlación r_s entre el nivel de razonamiento geométrico según la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) y su dominio metodológico de los maestros de Matemáticas fue de 0.458 para un valor de $p = 0.010$ para ambas variables. De acuerdo con Hernández Sampieri et al. (2014), el coeficiente Ro de Spearman “es una medida de correlación para variables en un nivel de medición ordinal; los individuos o unidades de la muestra pueden ordenarse por rangos” (p. 322). Es decir, hubo una correlación significativa positiva débil entre las dos variables ($p < 0.05$).

A continuación, se presenta la Figura V que ilustra esta relación. Contiene los datos recolectados en el instrumento y presentados en forma de gráfica lineal. Se puede observar en la gráfica que los datos están dispersos. Se puede apreciar una relación positiva débil (pendiente positiva) y significativa ($p < 0.05$) entre el razonamiento geométrico y el dominio metodológico de los maestros de Matemáticas. Esto significa que, mientras más alto sea el razonamiento geométrico, mayor será el dominio metodológico de los maestros de Matemáticas.



Aunque la gráfica tiene intercepto cero, no lo es. Hay maestros con bajo dominio metodológico, pero algún razonamiento geométrico. El programa *SPSS* no permite eliminar el intercepto cero.

Cuarta pregunta de investigación: ¿Existe diferencia significativa ($p < 0.05$) en el nivel de razonamiento geométrico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), según el nivel escolar?

Para contestar esta pregunta, los datos fueron sometidos a un análisis estadístico de la *Prueba U de Mann-Whitney*, y la gráfica de Caja y Bigotes (*Box-plot*). La Tabla 20 presenta los resultados recopilados en el instrumento sobre el razonamiento geométrico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) según el nivel escolar.

Tabla 20

Prueba no paramétrica U de Mann-Whitney sobre el razonamiento geométrico de los maestros según la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), de acuerdo con el nivel escolar.

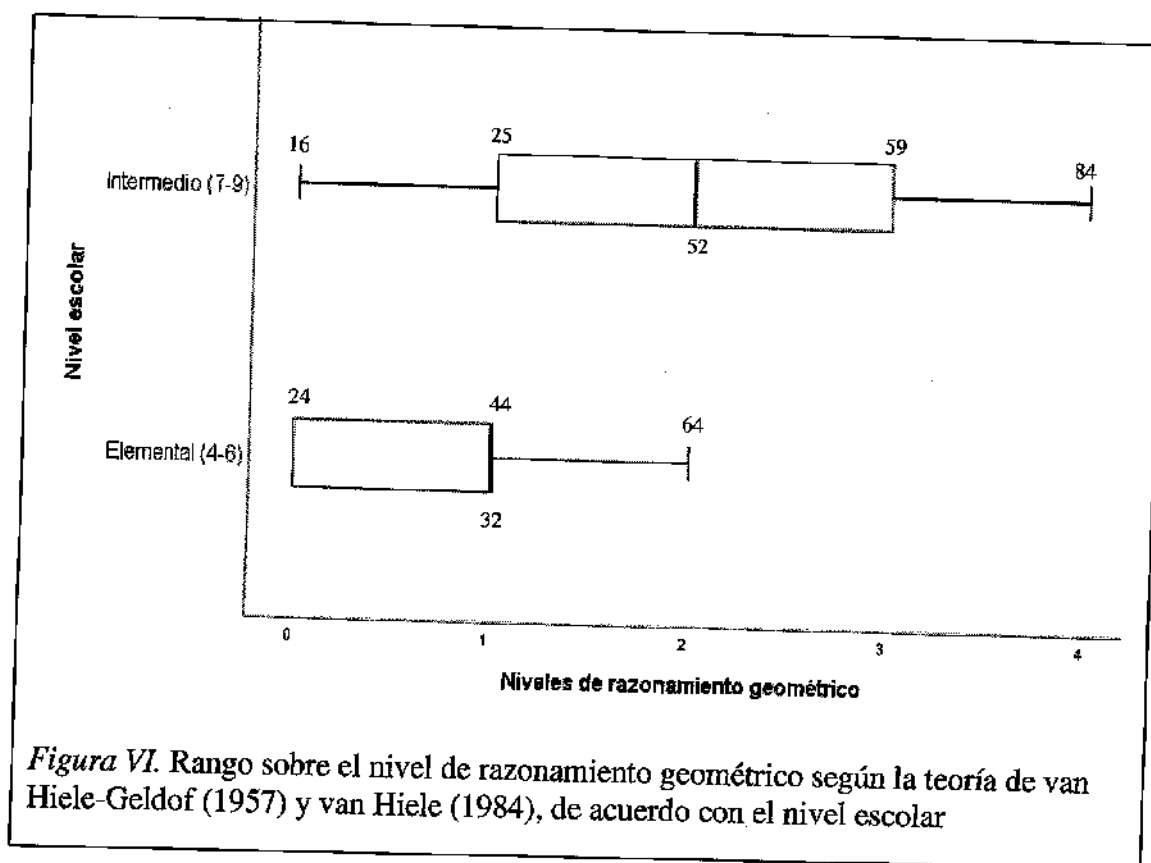
	Nivel de razonamiento geométrico
U de Mann-Whitney	73.000
W de Wilcoxon	193.000
Z	-1.916
Sig. asintótica (bilateral)	0.055

*Variable de agrupación: Nivel escolar

Como se puede observar en la Tabla 20, en la *Prueba U de Mann-Whitney*, el nivel de razonamiento geométrico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) según el nivel escolar fue de 73.000, con una significancia asintótica de 0.055. Por lo tanto, tomando en cuenta los datos, no hubo diferencia significativa en el nivel de razonamiento geométrico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) según el nivel escolar, ya que el valor de $p = 0.055$ ($p > 0.05$).

La Figura VI muestra el diagrama de caja y bigotes sobre el nivel de razonamiento geométrico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van

Hiele (1984) según el nivel escolar, elemental e intermedio. La Figura VI muestra el rango en que se encontraban los maestros participantes del estudio, en el nivel de razonamiento geométrico según el nivel escolar.



En el nivel elemental, el razonamiento geométrico de los maestros participantes del estudio se encontraba en el rango de puntuaciones de 16% (valor mínimo) a 64% (valor máximo). El segundo cuartil (Q_2) fue de 32% y representa la mediana. Este se encuentra dentro del rectángulo del diagrama de caja y bigotes y está representado por una línea vertical. El 50% de los maestros participantes del estudio se encontraban entre las puntuaciones de 24% (Q_1) a 44% (Q_3) para un rango intercuartil de 20%. Dicho rango se obtiene restando el tercer cuartil (Q_3) menos el primer cuartil (Q_1). También se observa

que el 50% de los maestros del nivel elemental participantes del estudio se encontraban ubicados entre el nivel 0 – Visualización y el nivel 1 – Análisis de razonamiento geométrico, según la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984).

En el nivel intermedio, el razonamiento geométrico de los maestros participantes del estudio se encontraba en el rango de puntuaciones de 16% (valor mínimo) a 84% (valor máximo). El segundo cuartil (Q_2) fue de 52% y representa la mediana. Éste se encuentra dentro del rectángulo del diagrama de caja y bigotes, y está representado por una línea vertical. El 50% de los maestros participantes del estudio se encontraban entre las puntuaciones de 25% (Q_1) a 59% (Q_3) para un rango intercuartil de 34%. Dicho rango se obtiene restando el tercer cuartil (Q_3) menos el primer cuartil (Q_1). También se observa que el 50% de los maestros del nivel intermedio participantes del estudio se encontraban ubicados entre el nivel 1 – Análisis y el nivel 3 – Deducción formal de razonamiento geométrico, según la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984).

Al analizar los datos de dispersión en el diagrama de caja y bigote (Figura VI) se observa que, en el nivel elemental, el bigote derecho del diagrama es largo y significa mayor dispersión de los datos hacia los valores más altos. En el nivel intermedio, el bigote izquierdo del diagrama es largo y significa mayor dispersión de los datos hacia los valores más bajos. El bigote derecho del diagrama es largo y muestra una mayor dispersión de datos hacia los valores más altos. De acuerdo con el rango intercuartil, el nivel intermedio tuvo más variación de puntuaciones porque los valores individuales estuvieron más dispersos (32%). La caja del diagrama es más grande que la caja del diagrama que corresponde al nivel elemental (20%). Por esto, el nivel intermedio tuvo

mayor nivel de razonamiento geométrico, que el nivel elemental. Se observa una diferencia numérica entre el razonamiento geométrico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), según el nivel escolar, elemental e intermedio, aunque ésta no fue significativa ($p = 0.055$).

Quinta pregunta de investigación: ¿Existe diferencia significativa ($p < 0.05$) en el nivel de dominio metodológico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) según el nivel escolar?

Para contestar esta pregunta se utilizó el análisis estadístico de la *Prueba U de Mann-Whitney*, y la Gráfica de Caja y Bigote (*Box-plot*). La Tabla 21 presenta los datos obtenidos en el estudio sobre el dominio metodológico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) según el nivel escolar.

Tabla 21

Prueba no paramétrica U de Mann-Whitney sobre el dominio metodológico de los maestros de la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), de acuerdo con nivel escolar

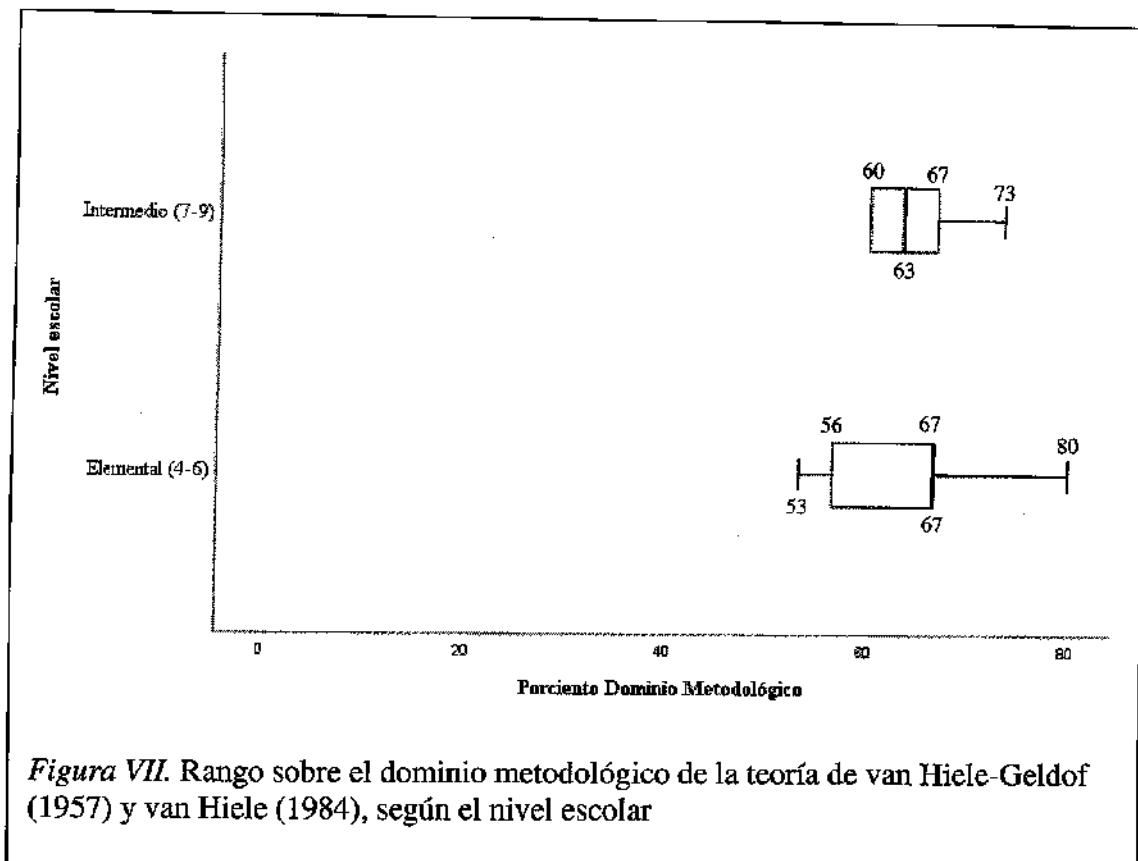
	Dominio metodológico
U de Mann-Whitney	119.500
W de Wilcoxon	239.500
Z	-0.020
Sig. asintótica	0.984

*Variable de agrupación: Nivel escolar

Se puede apreciar en la Tabla 21, que la *U de Mann-Whitney*, el dominio metodológico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) según el nivel escolar de los participantes del estudio fue de 119.500 con una significancia de 0.984. Por lo tanto, tomando en cuenta los datos, no hubo una diferencia

significativa entre el dominio metodológico y el nivel escolar de los maestros de Matemáticas participantes en el estudio, ya que el valor de $p = 0.984$ ($p > 0.05$).

La Figura VII muestra el diagrama de caja y bigotes sobre el nivel de dominio metodológico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) según el nivel escolar, elemental e intermedio. La Figura VII muestra el rango en que se encontraban los maestros participantes del estudio, en el dominio metodológico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), según el nivel escolar.



En el nivel elemental, el dominio metodológico de los maestros participantes del estudio se encontraba en el rango de puntuaciones de 53% (valor mínimo) a 80% (valor

máximo). El segundo cuartil (Q_2) fue de 67% y representa la mediana. Éste se encuentra dentro del rectángulo del diagrama de caja y bigotes, y está representado por una línea vertical. El 50% de los maestros participantes del estudio se encontraban entre las puntuaciones de 56% (Q_1) a 67% (Q_3) para un rango intercuartil de 11%. Dicho rango se obtiene restando el tercer cuartil (Q_3) menos el primer cuartil (Q_1). En el nivel intermedio, el dominio metodológico de los maestros participantes del estudio se encontraba en el rango de puntuaciones de 60% (valor mínimo) a 73% (valor máximo). El segundo cuartil (Q_2) fue de 63% y representa la mediana. Este se encuentra dentro del rectángulo del diagrama de caja y bigotes, y está representado por una línea vertical. El 50% de los maestros participantes del estudio se encontraban entre las puntuaciones de 60% (Q_1) a 67% (Q_3) para un rango intercuartil de 7%. Dicho rango se obtiene restando el tercer cuartil (Q_3) menos el primer cuartil (Q_1). Este dato confirma en general, el no dominio metodológico de los niveles de razonamiento geométrico según la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984).

Al analizar los datos de dispersión en el diagrama de caja y bigote, se observa que, en el nivel elemental, el bigote izquierdo es corto. Esto significa menos dispersión de los datos hacia los valores más bajos. Es decir, los maestros contestaron de forma similar. Por el contrario, el bigote derecho del diagrama es largo y significa mayor dispersión de los datos hacia los valores más altos. En el nivel intermedio, el bigote izquierdo del diagrama se encuentra en el primer cuartil (Q_1) y corresponde al 60%. Esto significa que la puntuación más baja del rango se encuentra en ese primer cuartil. El bigote derecho del diagrama es corto y muestra una menor dispersión de datos hacia los

valores más altos. De acuerdo con el rango intercuartil, el nivel intermedio tuvo menos variación de puntuaciones porque los valores individuales estuvieron menos dispersos (7%). La caja del diagrama es más pequeña que aquella que corresponde al nivel elemental (11%). Por esto, el nivel intermedio tuvo menor porcentaje de dominio metodológico que el nivel elemental. Se observa una diferencia numérica entre el razonamiento geométrico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) según el nivel escolar, elemental e intermedio. Esta gráfica confirma que no hubo diferencia significativa entre el dominio metodológico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) y el nivel escolar, elemental e intermedio.

Resumen de los hallazgos

Los hallazgos de la investigación titulada *Niveles de razonamiento geométrico y dominio metodológico de acuerdo con la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) en maestros de Matemáticas, según su nivel escolar* se presentan a continuación. Estos se incluyen por pregunta de investigación.

Primera pregunta: ¿Qué nivel de razonamiento geométrico tienen los maestros de Matemáticas, de acuerdo con la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984)?

1. El 29.032% de los maestros de Matemáticas que participaron del estudio mostraron tener un razonamiento geométrico en el nivel 0 – Nivel de base o visualización, según la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). El 40.000% de los maestros de Matemáticas del nivel elemental mostraron tener razonamiento geométrico en dicho nivel, mientras que el 18.750% de los

maestros del nivel intermedio también mostraron tener razonamiento geométrico en ese mismo nivel.

2. El 29.032% de los maestros de Matemáticas que participaron del estudio mostraron tener un razonamiento geométrico en el nivel 1 – Nivel de análisis, según la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). El 40.000% de los maestros de Matemáticas del nivel elemental mostraron tener razonamiento geométrico en dicho nivel, mientras que el 18.750% de los maestros del nivel intermedio también mostraron tener razonamiento geométrico en ese mismo nivel.
3. El 19.355% de los maestros de Matemáticas que participaron del estudio mostraron tener un razonamiento geométrico en el nivel 2 – Nivel de abstracción, según la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). El 6.666% de los maestros de Matemáticas del nivel elemental mostraron tener razonamiento geométrico en dicho nivel, mientras que el 31.250% de los maestros del nivel intermedio también mostraron tener razonamiento geométrico en ese mismo nivel.
4. El 16.129% de los maestros de Matemáticas que participaron del estudio mostraron tener un razonamiento geométrico en el nivel 3 – Nivel de deducción formal, según la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). El 6.666% de los maestros de Matemáticas del nivel elemental mostraron tener razonamiento geométrico en dicho nivel, mientras que el

25.000% de los maestros del nivel intermedio también mostraron tener razonamiento geométrico en ese mismo nivel.

5. El 6.452% de los maestros de Matemáticas que participaron del estudio mostraron tener un razonamiento geométrico en el nivel 4 – Nivel de rigor matemático, según la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). El 6.666% de los maestros de Matemáticas del nivel elemental mostraron tener razonamiento geométrico en dicho nivel, mientras que el 6.250% de los maestros del nivel intermedio también mostraron tener razonamiento geométrico en ese mismo nivel.
6. En términos generales, un 58.064% de los maestros participantes del estudio mostraron tener razonamiento geométrico en el nivel 0 – Visualización y el nivel 1 – Análisis. Esto significa que los maestros participantes del estudio poseen un razonamiento geométrico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) no esperado, ya que la teoría indica que los maestros de elemental deben alcanzar el nivel 2 – Abstracción, mientras que los maestros del nivel intermedio deben alcanzar el nivel 3 – Deducción formal o el nivel 4 – Rigor matemático.

Segunda pregunta: ¿Cual es el dominio metodológico que tienen los maestros de Matemáticas, de acuerdo con la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984)?

- 1 El 20.000% de los maestros del nivel elemental que participaron en el estudio demostraron tener dominio metodológico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984).
- 2 El 18.750% de los maestros del nivel intermedio que participaron en el estudio demostraron tener dominio metodológico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984).
- 3 El 38.750% de los maestros de Matemáticas de los niveles elemental e intermedio participantes del estudio demostraron tener dominio metodológico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984).
- 4 El 87.000% de los maestros de Matemáticas participantes del estudio coincidieron correctamente en que la expresión en palabras por parte del estudiante del proceso manipulación de objetos materiales y el desarrollo de las percepciones conscientes del sentido geométrico por parte del estudiante son estrategias metodológicas de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) (Apéndice N).
- 5 El 84.000% de los maestros participantes del estudio coincidieron correctamente en que actividades que involucren el manejo de las figuras geométricas para que sean vistas en la totalidad de sus propiedades es una estrategia del dominio metodológico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) (Apéndice N).

- 6 En términos generales, el 80.600% de los maestros participantes del estudio evidenciaron no tener dominio metodológico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984).

Tercera pregunta: ¿Qué relación existe entre el nivel de razonamiento geométrico y el dominio metodológico de los maestros de Matemáticas de acuerdo a la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984)?

1. Hubo una relación positiva débil significativa ($r_s = 0.458$) entre el nivel de razonamiento geométrico y el dominio metodológico de los maestros de Matemáticas participantes del estudio, según la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984).
2. Los datos obtenidos reflejaron una relación significativa entre el nivel de razonamiento geométrico y el dominio metodológico de los maestros de Matemáticas, ya que en el análisis de correlación Ro de Spearman (r_s) reveló un valor de $p = 0.010$.

Cuarta pregunta: ¿Existe diferencia significativa ($p < 0.05$) en el nivel de razonamiento geométrico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), según el nivel escolar?

Los resultados del estudio realizado reflejaron que no hubo una diferencia significativa entre el razonamiento geométrico de la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) y el nivel escolar, ya que en la *Prueba de U de Mann-Whitney* se obtuvo una $p = 0.055$.

Quinta pregunta: ¿Existe diferencia significativa ($p < 0.05$) en el nivel de dominio metodológico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), según el nivel escolar?

Los resultados del estudio realizado reflejaron que no hubo una diferencia significativa entre el dominio metodológico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) y el nivel escolar. Los datos obtenidos en la *Prueba U de Mann-Whitney* obtuvieron una $p = 0.984$.

Capítulo V.

Discusión

En este capítulo se presentan las conclusiones de la investigación, cuyo propósito fue determinar y relacionar el nivel de razonamiento geométrico y el dominio metodológico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) en maestros de Matemáticas y diferenciarlos según el nivel escolar de los maestros participantes. Este capítulo también incluye la discusión de los hallazgos con base en el marco teórico y la revisión de la literatura, las limitaciones metodológicas del estudio y las recomendaciones para estudios futuros.

Conclusiones

Al llevarse a cabo la investigación sobre la determinación y relación del nivel de razonamiento geométrico y el dominio metodológico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) en maestros de Matemáticas y diferenciarlos según el nivel escolar, los datos del estudio revelaron lo siguiente:

- 1 La mayoría de los maestros de Matemáticas participantes del estudio, de elemental e intermedio, demostraron tener nivel del razonamiento geométrico en la Visualización (nivel 0) y el Análisis (nivel 1), según la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984).
- 2 La mayoría de los maestros de Matemáticas participantes del estudio de elemental e intermedio demostraron no tener dominio metodológico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984).

- 3 Existe una relación estadísticamente significativa positiva y débil entre el razonamiento geométrico y el dominio metodológico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984).
- 4 No existe diferencia estadísticamente significativa entre el dominio del razonamiento geométrico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) de los maestros de Matemáticas participantes del estudio según su nivel escolar.
- 5 No existe diferencia estadísticamente significativa entre el dominio metodológico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) de los maestros de Matemáticas participantes del estudio y su nivel escolar.

Discusión de los hallazgos

La discusión de los hallazgos del estudio se apoya en el marco teórico y en la revisión de la literatura de esta investigación. Estos hallazgos están desarrollados de acuerdo con las preguntas de investigación.

La primera pregunta de investigación fue: ¿Qué nivel de razonamiento geométrico tienen los maestros de Matemáticas, de acuerdo con la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984)? El estudio reveló que los maestros de Matemáticas participantes del estudio evidenciaron razonamiento geométrico, según la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). De los maestros participantes del estudio, un 29.032%, fue ubicado en el nivel de Visualización - nivel 0, un 29.032% fue ubicado en el nivel de Análisis - nivel 1,

mientras que un 19.355% fue ubicado en el nivel de Abstracción - nivel 2. Además, un 16.129% se ubicó en el nivel de de Deducción formal - nivel 3 y un 6.452% fue ubicado en el nivel de Rigor matemático - nivel 4.

Según los resultados del presente estudio, los maestros participantes del estudio se encuentran, en su mayoría, en el proceso del descubrimiento de figuras geométricas, de sus propiedades y las relaciones que puedan existir entre estas propiedades, al igual que el proceso de razonamiento deductivo (de lo general a lo específico), según lo propuesto por van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). Esto implica que los maestros participantes del estudio, del nivel elemental e intermedio, no tienen el nivel de razonamiento geométrico adecuado para ofrecer un curso de Geometría, de acuerdo con la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). En el nivel elemental se espera que los maestros alcancen el nivel 2 – Abstracción, para que éstos puedan lograr que los estudiantes de dicho nivel también alcancen dicho nivel. De esta manera, los estudiantes de Geometría del nivel elemental no estarán limitados a razonar geométricamente en los niveles 0 – Visualización y 1 - Análisis, al igual que sus maestros tal como ocurrió en este estudio.

En el nivel intermedio, se espera que los maestros alcancen el nivel 3 – Deducción formal, para que así los estudiantes de este nivel puedan razonar geométricamente en dicho nivel. Knight (2006), en su estudio, hace referencia a ello y coincide con los resultados del presente estudio. De acuerdo con el Marco Curricular de Matemáticas del Departamento de Educación (2003), el nivel 3 – Deducción formal de la

teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) se alcanza en un curso de Geometría de Escuela Superior.

Usiskin (1982) confirmó la habilidad de la teoría de van Hiele para describir y predecir el desempeño de los estudiantes en la Geometría de escuela secundaria. Concluyó que la mayoría de los estudiantes pueden ser asignados a un nivel de van Hiele por una simple prueba y los niveles asignados a los estudiantes son un buen descriptor de la ejecución del estudiante en Geometría, ahora y después. La pobre ejecución de muchos estudiantes está fuertemente asociada a niveles de van Hiele bajos.

El presente estudio concuerda con el método utilizado en el estudio de Usiskin (1982), ya que los participantes en el estudio tomaron el *van Hiele Geometry Test* y fueron ubicados en un nivel, de acuerdo con la ejecución en dicha prueba. Dicho nivel predice la ejecución del participante en la Geometría. Sin embargo, en el presente estudio, la muestra utilizada fueron maestros del nivel elemental e intermedio. Esto contrasta con la muestra utilizada por Usiskin (1982) quienes eran estudiantes del nivel secundario. Los estudiantes participantes del estudio de Usiskin (1982) se ubicaron en los niveles de van Hiele de la siguiente manera: nivel 0 – Visualización un 2%; nivel 1 – Análisis un 12%; nivel 2 – Abstracción un 22%; nivel 3 – Deducción formal un 32% y para el nivel 4 – Rigor matemático un 20%. En el presente estudio, los maestros fueron ubicados en los niveles de van Hiele de la siguiente manera: nivel 0 – Visualización, 29%; nivel 1 – Análisis, 29%; nivel 2 – Abstracción, 19%; nivel 3 – Deducción formal, 16% y nivel 4 – Rigor matemático, 6%.

Mayberry (1983) definió operacionalmente los cinco niveles de aprendizaje

geométrico desarrollados por Pierre van Hiele y Dina van Hiele-Geldof. Confirmó que las tareas que representan los niveles de van Hiele son jerárquicas. Para entender la Geometría formal se deben realizar tareas que lleven al estudiante a escalar cada nivel y así entender los conceptos que conlleva dicho nivel. Un estudiante típico no puede estar preparado para un curso de Geometría formal si no domina los conceptos propios de cada nivel.

El presente estudio concuerda con el hallazgo de Mayberry (1983) en que el 77.419% de los maestros participantes del estudio se ubicaron por debajo del nivel de Deducción formal, según las respuestas ofrecidas por los maestros en el instrumento. En el estudio de Mayberry (1983), según los patrones de respuestas, un 70% de los participantes del estudio estaban por debajo del nivel de Deducción formal. La autora identifica este nivel como nivel IV.

Knight (2006) determinó el nivel de entendimiento geométrico de los maestros de Matemáticas de preservicio del nivel elemental y secundario utilizando el *van Hiele Geometry Test* como preprueba y posprueba. Los hallazgos de Knight (2006) confirman que los maestros de Matemáticas de preservicio del nivel elemental y de secundaria se encuentran por debajo del nivel 3 – Deducción formal y del nivel 4 – Rigor matemático. Los niveles de los maestros están más bajos que el nivel esperado por un estudiante que completa un octavo grado o un noveno grado.

En el presente estudio, 13 maestros participantes del nivel elemental se encontraron por debajo del nivel 3 – Deducción formal, para un 86.666%. Por otra parte, 14 maestros participantes del estudio del nivel intermedio se encontraron por debajo del

nivel 4 – Rigor matemático, para un 87.500%. Estos resultados coinciden con los hallazgos del estudio de Knight (2006) acerca de los niveles 3 – Deducción formal y 4 – Rigor matemático.

El autor van der Sandt (2007) investigó el conocimiento de maestros de Geometría de preservicio y en servicio de séptimo grado utilizando la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). Este resalta la importancia que tienen los programas de preparación de maestros que deben impactar de manera positiva los niveles de pensamiento geométricos ya alcanzados en los educadores. Si el grado de adquisición geométrica no está presente en el maestro, el estudiante no tendrá dominio geométrico. Los resultados del estudio señalan que ambos grupos de maestros fallaron en alcanzar el nivel de pensamiento geométrico esperado, es decir, el nivel 3 o de Deducción formal, según van Hiele (van der Sandt, 2007).

En el presente estudio, el 19.355% de los maestros participantes fueron ubicados en el segundo nivel – Abstracción, de la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). Solamente cinco maestros participantes y que corresponde al 16.129% fue ubicado en el nivel 3 – Deducción formal. Estos resultados coinciden con los resultados presentados por van der Sandt (2007).

Patkin y Barkai (2014) investigaron los primeros tres niveles de pensamiento geométrico en maestros de Matemáticas de preservicio y en servicio, según la teoría de van Hiele, en varias etapas de su educación. Un número mayor de participantes demostró dominio en el tercer nivel de pensamiento geométrico, según van Hiele. Por otra parte, pocos participantes pudieron asimilar el tercer nivel de dicha teoría en el tema de

círculos. En cuanto a figuras geométricas tridimensionales, los participantes no fueron versátiles en los niveles más altos de la teoría de van Hiele. La mayoría de los participantes internalizaron el primer nivel o no alcanzaron ese nivel. Los demás participantes fueron inconsistentes en el dominio de los niveles de pensamiento geométrico (Patkin y Barkai, 2014).

El presente estudio contrasta con Patkin y Barkai (2014) con relación a los participantes que lograron alcanzar o asimilar el nivel 3 de la teoría de van Hiele. Según Patkin y Barkai (2014), un número mayor de participantes logró asimilar el nivel 3. Sin embargo, en el presente estudio, un 16.129% de los participantes lograron alcanzar el nivel 3. En cuanto al primer nivel, un 29.032% de los participantes del presente estudio logró asimilar dicho nivel. Sin embargo, Patkin y Barkai (2014) señalan que los participantes de su estudio internalizaron el primer nivel o no lo internalizaron.

Las universidades en Puerto Rico no incluyen, en las descripciones de los cursos de Geometría, la teoría de los niveles de razonamiento geométrico de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) como modelo para enseñar la Geometría, ni la toman como base para enseñar a los futuros maestros de Matemáticas a cómo razonar geométricamente, según la mencionada teoría. Esto implica que las universidades en Puerto Rico deben revisar las descripciones de los cursos de Geometría que ofrecen para atemperarlos con el modelo de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), ya que el modelo ofrece una alternativa diferente a la enseñanza tradicional de la Geometría. Para que esto sea posible, las universidades deben preparar a los futuros maestros para un razonamiento geométrico adecuado según la teoría. De esta forma, los estudiantes del

nivel elemental e intermedio podrían razonar geoméricamente de una forma adecuada a la luz de la teoría.

Caribbean University (CU, 2013a) en su curso de *Geometría*, menciona aspectos geoméricos tales como postulados, teoremas y corolarios que son aplicables al nivel 3 – Deducción formal de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). No incluye los conceptos de triángulos, cuadrados, rectángulos, círculos, etc. que son importantes para los niveles 0 – Visualización y 1 – Análisis. Cabe mencionar que el curso incluye el desarrollo de razonamiento deductivo, que se aplica en el nivel 2 – Abstracción de la teoría. En el curso de *Geometría Analítica*, los conceptos que se incluyen como las curvas planas de orden superior, curvas logarítmicas y trigonométricas, etc. se trabajan en el nivel 4 – Rigor matemático de la teoría.

La Pontificia Universidad Católica de Puerto Rico (PUCPR, 2018) en su curso de *Geometría Básica II* menciona el concepto de círculo en su descripción de curso, pero no menciona cuadrados, triángulos, rectángulos, o estudio básico de las figuras geoméricas tan importantes para los niveles 0 – Visualización y 1 – Análisis de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). Está incluido el énfasis en el razonamiento deductivo, nivel 2 – Abstracción y la demostración de teoremas, nivel 3 – Deducción formal y construcciones geoméricas. La PUCPR (2018) no ofrece cursos de Geometría a nivel graduado.

La Universidad Adventista de las Antillas (UAA, 2018) no ofrece cursos de Geometría a nivel graduado. Sin embargo, ofrece un curso, *Geometría de Colegio*, el cual incluye los conceptos del triángulo y círculo. No menciona cuadrados, ni rectángulos

(nivel 0 – Visualización y nivel 1 – Análisis). Tampoco hace mención del razonamiento deductivo (nivel 2 – Abstracción) ni demostración de teoremas, postulados y axiomas (nivel 3 – Deducción formal).

La Universidad de Puerto Rico, Recinto de Mayagüez (UPRM, 2018a) ofrece un curso, *Introducción a la Geometría*, el cual incluye los conceptos de triángulo y círculo. No incluye cuadrados y rectángulos (nivel 0 – Visualización y 1 – Análisis), ni tampoco razonamiento deductivo o pruebas geométricas de postulados, teoremas y corolarios (nivel 2 – Abstracción y 3 – Deducción formal). Los cursos que la universidad ofrece a nivel graduado incluyen conceptos y temas que se trabajan en el nivel 4 (Rigor matemático). En el Recinto de Río Piedras (UPR-RP, 2015) se ofrece el curso de *Geometría de Colegio*, el cual está basado en los conceptos geométricos relacionados al nivel 4 (Rigor matemático) de la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) tales como demostración de proposiciones, teoremas, axiomas, etc. Solamente menciona los triángulos y cuadriláteros (nivel 0 – Visualización y 1 – Análisis). El curso de *Geometría Superior* incluye la Geometría del triángulo y del círculo (nivel 0 y 1), pero no incluye razonamiento deductivo o demostraciones geométricas (niveles 2 – Abstracción y 3 – Deducción formal).

La Universidad Ana G. Méndez (UAGM, 2018a) ofrece dos cursos de Geometría: *Geometría Plana y del Espacio I y II*. El primero incluye triángulos (nivel 0 – Visualización y 1 – Análisis), pero no círculos ni cuadriláteros. Incluye las demostraciones usando postulados, definiciones y teoremas (nivel 3 – Deducción formal). No se encuentra presente el razonamiento deductivo (nivel 2 – Abstracción). El segundo

curso es el que menciona el estudio de la circunferencia. Los otros conceptos corresponden a nivel 3 – Deducción formal de la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984).

La Universidad Interamericana de Puerto Rico (2018a) no menciona en su curso de *Temas de Geometría*, nada que se relacione a figuras geométricas básicas. Solo se estudia conceptos básicos de Geometría euclidiana para hacer demostraciones (nivel 3 – Deducción formal). También se incluye principios básicos de la Geometría no euclidiana (nivel 4). A nivel graduado, los cursos de Geometría cubren aspectos y conceptos más avanzados que se pueden apreciar en el nivel 4 (Rigor matemático).

En resumen, estos cursos antes descritos no presentan una secuencia u orden a seguir en el estudio de los conceptos básicos geométricos como lo proponen van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). Se espera que un curso de Geometría a nivel universitario deba tomar en cuenta una estructura o secuencia de conceptos y destrezas necesarias como lo proponen van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). De esta forma, el futuro maestro de Geometría puede salir mejor preparado para el razonamiento geométrico de esta teoría.

La segunda pregunta de investigación fue: ¿Cuál es el nivel de dominio metodológico que tienen los maestros de Matemáticas, de acuerdo a la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984)? Se encontró en la investigación que la mayoría de los maestros de Matemáticas participantes del estudio demostraron tener un dominio metodológico de fracaso de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984).

Ocasio de Rodríguez (2001) señala que el dominio metodológico se demuestra cuando el maestro le ofrece al estudiante una variedad de estrategias instruccionales que sean acorde con su estilo de aprender y que hacen de la experiencia de aprendizaje una interesante. Según López Yustos (1998), el dominio metodológico consiste en combinar técnicas, procedimientos y estrategias que facilitan la enseñanza-aprendizaje por parte del maestro.

Knowles (1980) confirma en su teoría que los aprendices ven la educación como un proceso de desarrollo de competencias para alcanzar su potencial máximo en la vida. Estos quieren ser hábiles para aplicar cualquier conocimiento y destreza adquiridos para vivir más efectivamente en el mañana. Esto implica que el futuro maestro debe tener un dominio metodológico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) adecuado para poder enseñar la Geometría de manera apropiada y lograr las competencias necesarias que conllevan el dominio de la Geometría. Si los futuros maestros no razonan geoméricamente como lo proponen los van Hiele, estos no podrán desarrollar las competencias apropiadas para dirigir la enseñanza de la Geometría como estos así lo sugieren. Los estudiantes no podrán desarrollar y alcanzar su potencial dentro del curso de Geometría. En este estudio, los maestros del nivel elemental e intermedio no dominaron la metodología de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). Su dominio metodológico de la teoría fue de fracaso. Es de esperar que, si el maestro fracasa en la metodología de enseñanza de la Geometría, el estudiante puede fracasar en el curso, en términos del desarrollo de las competencias necesarias para el dominio del curso.

Swafford, Jones y Thornton (1997) crearon un curso para aumentar el conocimiento y la conciencia en investigaciones acerca del aprendizaje de Geometría en los estudiantes. Los resultados de su estudio mostraron que el curso tomado por los maestros fue efectivo en el aumento en los niveles de van Hiele en los maestros, y también el impacto en los maestros para cambiar su instrucción basada en la teoría de van Hiele. Los maestros participantes del estudio estaban dispuestos a tomar riesgos y estaban convencidos de que los estudiantes necesitaban más oportunidades con experiencias en los niveles más bajos en el modelo de van Hiele.

Los resultados del presente estudio contrastan con Swafford, Jones y Thornton (1997) en cuanto a que los maestros participantes tenían un dominio metodológico insatisfactorio. El estudio de Swafford, Jones y Thornton (1997) señala que los maestros fueron impactados para cambiar su modo de instrucción basada en la teoría de van Hiele. No especifica si antes del estudio tenían dominio metodológico o no. Sin embargo, los autores confirman que el dominio metodológico, según la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), es importante en los primeros niveles de la teoría. Sin este dominio metodológico no habría un razonamiento geométrico adecuado por parte de los estudiantes.

Muyeghu (2008) exploró las estrategias empleadas en la sala de clases en la enseñanza de Geometría en el primer y segundo nivel de la teoría de van Hiele. Estas estrategias de enseñanza eran diferentes a aquellas que se aplican siguiendo la metodología de la teoría de los niveles de van Hiele. Los hallazgos de su estudio señalan que las estrategias utilizadas por los maestros de Matemáticas están estructuradas de tal

modo que apoyan el desarrollo del pensamiento geométrico, según la teoría de van Hiele. De acuerdo con Muyeghu (2008), se encontró evidencia de la existencia de lagunas con respecto a las facilidades de enseñanza-aprendizaje de la Geometría.

El presente estudio contrasta con Muyeghu (2008) en cuanto al dominio metodológico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). Muyeghu (2008) afirma en su estudio que muchos de los procesos de enseñanza y aprendizaje de los maestros de Geometría de décimo grado están estructuradas de tal manera que apoyan el proceso del pensamiento geométrico como lo describe van Hiele. En el presente estudio, los maestros tienen un dominio metodológico de fracaso. Esto significa que los maestros participantes no están estructurados para apoyar el proceso de razonamiento geométrico, según van Hiele, en sus estudiantes. Un 80.600% los maestros participantes del presente estudio no demostraron tener dominio metodológico de la teoría de van Hiele. Sólo un 19.400% de los maestros participantes del estudio (Apéndice N), demostró tener dominio metodológico de la teoría de van Hiele. En cuanto a la cantidad de participantes, Muyeghu (2008) utilizó como muestra a tres maestros en el estudio, mientras que el presente estudio utilizó una muestra de 31 maestros.

Por otro lado, van Putten, Howie y Stols (2010), investigaron las actitudes y el nivel de entendimiento de la Geometría Euclidiana en estudiantes de preservicio en educación en Matemáticas. Se realizó un estudio de caso que describía a estos estudiantes de preservicio. Según los autores, el modelo de Geometría utilizado en el estudio cambió la actitud de los estudiantes de preservicio hacia la Geometría, pero no ofreció una

mejoría suficiente en sus niveles de pensamiento para ser capaces de enseñar esta disciplina de la forma adecuada (van Putten, Howie y Stols, 2010).

El presente estudio contrasta con el de van Putten, Howie y Stols (2010). Los autores investigaron las actitudes en maestros de preservicio, mientras que en el presente estudio se investigó niveles de razonamiento geométrico y dominio metodológico de maestros en servicio. Sin embargo, para tener dominio metodológico de la teoría de van Hiele, se necesita conocer cómo se razona geométricamente, según van Hiele.

Bleeker, Stols y van Putten (2013) describieron las prácticas instruccionales de los maestros del primero al quinto grado y los niveles de pensamiento geométrico de los estudiantes, según el modelo de van Hiele, para determinar si existía o no una relación entre la práctica instruccional y el nivel de pensamiento de los estudiantes. Según los autores del estudio, no hay una relación entre las fases de aprendizaje y el desarrollo geométrico en términos de los niveles de van Hiele. La presencia de actividades en un nivel apropiado no garantiza crecimiento en términos de la teoría de van Hiele, pero la ausencia de las actividades resulta en un estancamiento en términos de dicha teoría. Las prácticas instruccionales en los niveles primarios deben ampliar las experiencias en la clase de Geometría porque los primeros niveles del pensamiento de van Hiele son evidentes hasta el quinto grado, según Bleeker, Stols y van Putten (2013).

El presente estudio concuerda con el de Bleeker, Stols y van Putten (2013) en que la ausencia de las actividades resulta en la falta de progreso o avance en los niveles, según la teoría de van Hiele. Dichas actividades deben ir dirigidas al nivel de enseñanza apropiado. Si la actividad que se enseña al estudiante no va acorde al nivel, no hay

progreso. El dominio metodológico de los maestros de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) debe estar presente. La metodología que emplean los maestros es necesaria para el desarrollo del pensamiento geométrico.

Las universidades en Puerto Rico no incluyen en sus descripciones de los cursos de Educación la metodología según la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). Esto implica que las universidades deben revisar las descripciones de los cursos de Educación que ofrecen para que éstos sean cónsonos al modelo de los van Hiele. El futuro maestro de Matemáticas debe saber cómo enseñar la Geometría y aplicar las estrategias metodológicas de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) en la sala de clases. Esto puede asegurar que los estudiantes de los niveles elemental, intermedio y superior puedan dominar las destrezas y competencias necesarias para el dominio de los conceptos geométricos, según van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984).

Caribbean University (CU, 2018a) en sus cursos *Métodos y Técnicas en la Enseñanza de Matemáticas en la Escuela Elemental y Currículo y Método de Enseñanza de Matemáticas en la Escuela Secundaria* no incluye en sus descripciones de curso la metodología de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). De igual forma, los cursos de Educación del nivel graduado (CU, 2018b) titulados *Enseñanza de las Matemáticas y Ciencias en la Escuela Primaria y Enseñanza de las Matemáticas en la Escuela Elemental* no ofrecen la metodología de la teoría de van Hiele.

La Pontificia Universidad Católica de Puerto Rico (PUCPR, 2018) no incluye la

metodología de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) en la descripción de sus cursos en Educación. Sin embargo, los cursos de *Metodología en la Enseñanza de las Matemáticas en el Nivel Elemental*, y *Metodología de la Enseñanza de las Matemáticas en la Escuela Secundaria*, especifica el estudio del *Marco Curricular del Programa de Matemáticas* del Departamento de Educación de Puerto Rico. Este incluye en el Apéndice C, el Modelo de Van Hiele. Hay que cuestionar si dicho Modelo se menciona y se trabaja en estos dos cursos. Los cursos de Educación a nivel graduado no se ofrecen, según la PUCPR (2018).

La Universidad Adventista de las Antillas (UAA, 2018) incluye en sus cursos *Currículo y Enseñanza de las Matemáticas en el Nivel Primario, Elemental y Secundario* el estudio del currículo y la metodología general y específica de Matemáticas basado en los estándares del Departamento de Educación de Puerto Rico y del Departamento de Educación de la Iglesia Adventista. No incluye la metodología de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984).

La Universidad de Puerto Rico, Recinto de Mayagüez (UPRM, 2018) en el curso *Teoría y Metodología en la Enseñanza de Matemáticas en la Escuela Secundaria* no incluye la metodología de la teoría de los niveles de Van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). Sin embargo, el curso incluye en su descripción experiencias dirigidas al desarrollo de actitudes críticas, dinámicas y creativas hacia los problemas educativos de Puerto Rico. En este caso, podríamos pensar en el por qué los estudiantes no tienen aprovechamiento académico en Geometría como un problema de tipo educativo en Puerto Rico. El curso no especifica problema educativo alguno en su descripción del

curso. Según la UPRM (2018) no hay cursos de Educación de teoría y metodología en enseñanza de Matemáticas a nivel elemental.

La Universidad de Puerto Rico, Recinto de Río Piedras (UPR-RP, 2015) en los cursos de *La Enseñanza de las Matemáticas en el Nivel Elemental*, *Metodología para Enseñar Matemática en Secundaria* y *Teoría y Metodología de la Enseñanza de Matemáticas en la Escuela Secundaria* no se encuentran incluidos la metodología de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). Al igual que en la UPRM (2018), se menciona las experiencias dirigidas al desarrollo de actitudes críticas, dinámicas y creativas hacia los problemas educativos que imperan en la sociedad puertorriqueña. No está especificado el tipo de problema educativo a ser tratado en el curso. Por otro lado, los cursos que esta universidad ofrece a nivel graduado en Educación no hacen referencia a la metodología de la teoría de los van Hiele.

La Universidad del Este (UNE, 2018a) no ofrece cursos de Educación a nivel secundario. Por otra parte, en el curso *Enseñanza de Matemáticas en el Nivel Primario (K-3)* no está incluido la metodología de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984).

La Universidad del Sagrado Corazón (USC, 2014) en sus cursos de *La Enseñanza de las Matemáticas en el Nivel Secundario*, *Matemáticas para el Nivel Elemental e Integración de Ciencias, Matemáticas y Estudios Sociales en el Nivel Primario* tampoco ofrece la metodología de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). La Institución no ofrece cursos de Educación a nivel graduado.

La Universidad Ana G Méndez (UAGM, 2017a, 2017b) no ofrece cursos de

Educación de nivel elemental. En su curso *Enseñanza de Matemáticas en la Escuela Secundaria* no incluye la metodología de van Hiele. Tampoco los cursos de Educación a nivel graduado titulados: *Enseñanza de Ciencias y Matemáticas en Escenarios Bilingües*, *Matemáticas en las Escuelas Primarias* y *La Enseñanza de Matemáticas en la Escuela Elemental* incluyen la metodología de enseñanza de Geometría, según la teoría de Van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984).

Por último, la Universidad Interamericana de Puerto Rico (UIPR, 2018a, 2018b), y la Universidad Metropolitana (UMET, 2016) no incluyen en sus cursos de Educación la metodología de la teoría de van Hiele. La UMET no ofrece cursos de Educación a nivel Secundario.

En resumen, estos cursos de Educación antes descritos no presentan el modelo propuesto por van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). Se espera que un curso de Educación a nivel universitario deba tomar en cuenta la metodología sugerida por van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). De esta forma, el futuro maestro de Geometría puede dominar el método para el razonamiento geométrico de esta teoría y así asegurar que los futuros estudiantes de Geometría puedan obtener las competencias y destrezas necesarias para dominar los conceptos de la Geometría, a la luz de la teoría.

La tercera pregunta de investigación fue: ¿Qué relación existe entre el nivel de razonamiento geométrico y el nivel de dominio metodológico de los maestros de Matemáticas, según la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984)? Hubo una relación positiva débil y significativa entre el nivel de razonamiento geométrico y el dominio metodológico de los maestros de Matemáticas participantes del

estudio, según la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). Los datos obtenidos reflejaron una relación entre el nivel de razonamiento geométrico y el dominio metodológico de los maestros de Matemáticas, ya que el análisis de correlación Ro de Spearman reveló un valor de $p = 0.010$.

Los autores van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) confirman, en su teoría, que, en la fase de Adquisición, un maestro al presentar una nueva idea debe permitir que el estudiante pueda trabajar con el concepto nuevo. Para esto, el maestro debe proponer actividades dirigidas a que le permitan al estudiante familiarizarse con las propiedades del nuevo concepto. Cuando el estudiante adquiera la experiencia necesaria, el maestro debe procurar que el estudiante integre un vocabulario que se relacione con el concepto nuevo. También se deben realizar otras tareas complejas para que el estudiante pueda hacer conexiones con el material en discusión.

El presente estudio reflejo que el 80.600% de los maestros de Matemáticas participantes del estudio no tienen dominio metodológico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). Esto implica que, si el maestro no propone actividades dirigidas a la adquisición de conceptos, el estudiante no podrá familiarizarse con el nuevo concepto y tampoco podrá integrar otros nuevos. Por otra parte, tampoco podrá establecer la relación entre los conceptos ya discutidos con los conceptos nuevos. En consecuencia, no puede haber razonamiento geométrico según van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). El maestro debe tener dominio de la metodología de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) para que el estudiante

pueda adquirir los conceptos geométricos que le llevarán a completar un nivel en su razonamiento geométrico.

Por otro lado, Knowles (1980) confirma, en su teoría, que el aprendiz puede retener mayor significado y sentido al aprendizaje adquirido de la experiencia versus el aprendizaje que se adquiere de forma pasiva. Las técnicas, tales como la discusión, los ejercicios de simulación, las experiencias de campo, etc. son técnicas experimentales que pueden conducir hacia un aprendizaje con sentido y de mayor significado.

El presente estudio reflejó que el 80.000% de los maestros de Matemáticas del nivel elemental participantes del estudio no tienen dominio metodológico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), al igual que el 81.250% de los maestros de Matemáticas del nivel intermedio. El maestro debe proveer a los estudiantes experiencias dirigidas al alcance y dominio de los conceptos geométricos u orientación guiada que proponen en su teoría van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). El maestro debe dominar el contenido geométrico y el método de enseñar para que el estudiante pueda aprender con significado y sentido. Si no hay razonamiento geométrico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), no puede haber dominio metodológico de dicha teoría.

Bleeker, Stols y van Putten (2013) describieron las prácticas instruccionales de maestros del primer al quinto grado y los niveles de pensamiento geométrico de los estudiantes, de acuerdo con el modelo de van Hiele. Estos quisieron determinar si existía una relación entre la práctica instruccional de los maestros y el nivel de pensamiento de

los estudiantes. Los resultados del estudio indicaron que no existía relación entre las fases de aprendizaje y el desarrollo geométrico en términos de los niveles de van Hiele.

El presente estudio concuerda con los hallazgos de Bleeker, Stols y van Putten (2013) en cuanto al desarrollo de razonamiento geométrico y las actividades de enseñanza observadas en el estudio hecho por los autores. La presencia de actividades en un nivel apropiado puede ayudar a desarrollar el razonamiento geométrico en los estudiantes, pero no es garantía de crecimiento en el nivel, argumentan los autores. Sin embargo, la ausencia de actividades en un nivel resulta en estancamiento. No hay dominio del nivel y como consecuencia, no hay ascenso en los niveles de razonamiento geométrico. El presente estudio indica que hay una relación entre el nivel de razonamiento geométrico y el dominio metodológico, según van Hiele.

Yilmaz y Koparan (2016) buscaron determinar cómo una lección diseñada para la enseñanza de la Geometría afecta los niveles de pensamiento geométrico, según la teoría de los niveles de van Hiele, en unos candidatos a maestros. Se les administró a los maestros el *van Hiele Geometry Thinking Test* antes y después de una lección de enseñanza de Geometría. Se encontró que los niveles de pensamiento geométrico de los candidatos a maestros fueron muy bajos antes de haber tomado la lección. Luego de haber tomado la lección, los niveles de pensamiento geométrico aumentaron considerablemente. Los autores del estudio indicaron que una lección diseñada para la enseñanza de la Geometría tiene un efecto en el aumento de los niveles de pensamiento geométrico de los candidatos a maestros (Yilmaz y Koparan, 2016). El presente estudio compara con el de Yilmaz y Koparan (2016) en que existe una relación entre el

razonamiento geométrico y el dominio metodológico de los maestros de Matemática. De acuerdo con Yilmaz y Koparan (2016) hay una relación entre la estrategia de enseñanza de la Geometría y el aumento en los niveles de pensamiento geométrico.

Armah, Cofie y Okpoti (2018) investigaron el efecto de la enseñanza basada en las fases de van Hiele (investigación, orientación guiada, explicación, orientación libre e integración) en maestros de preservicio en África. Un grupo de maestros (experimental) recibieron instrucción de Geometría usando la enseñanza basada en las fases de van Hiele, mientras que el otro grupo de maestros (control) recibieron instrucción convencional o tradicional. Los autores indicaron que los maestros en el grupo experimental alcanzaron niveles de pensamiento geométrico mayores al compararse con el grupo control. También encontraron una diferencia significativa en las puntuaciones del *van Hiele Geometry Test* favoreciendo a los maestros del grupo experimental.

El presente estudio compara con Armah et al. (2018) en cuanto a la relación entre razonamiento geométrico y el dominio metodológico, según van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). Armah et al. (2018) señalaron que la enseñanza basada en las fases de van Hiele (investigación, orientación guiada, explicación, orientación libre e integración), utilizada como alternativa pedagógica, impacta de manera positiva los niveles de pensamiento geométrico y tiene el potencial de mejorar la enseñanza y aprendizaje de la Geometría en la escuela, en vez de la enseñanza tradicional. Las fases están incluidas en los cinco niveles de la teoría de van Hiele. Esto significa que un maestro puede razonar geométricamente, según la teoría de van Hiele, si el dominio metodológico de dicha teoría es incorporado en la sala de clases. Existe una relación significativa entre el

razonamiento geométrico y el dominio metodológico de los niveles de la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984).

Md. Yunus, Mohd Ayub y Hock (2019) determinaron los niveles de pensamiento geométrico en estudiantes del nivel elemental en Malasia. Un grupo de estudiantes recibió instrucción convencional o tradicional. Otro grupo recibió instrucción utilizando un módulo de enseñanza de Geometría que guió a los estudiantes a través de las fases de aprendizaje, mientras que el último grupo recibió instrucción utilizando un módulo de la teoría de van Hiele integrando un software. Los resultados demostraron que los estudiantes alcanzaron el nivel 2 de pensamiento geométrico, según van Hiele.

El presente estudio contrasta con Md. Yunus et al. (2019), en cuanto al método utilizado para aumentar el nivel de razonamiento geométrico en los estudiantes. Los autores, en su investigación, utilizaron un módulo de la teoría de van Hiele integrando un software, mientras que el presente estudio no lo utilizó. El uso del software permitió que los estudiantes aumentaran el nivel de pensamiento geométrico. Aunque el estudio no especifica los grados que corresponden al nivel elemental, el nivel 2 – Abstracción de la teoría de los niveles de van Hiele es el nivel esperado en los estudiantes en el nivel elemental. Los autores van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) confirman que el nivel 3 – Deducción formal se espera alcanzar en la Geometría de escuela superior. El presente estudio contrasta con el uso del instrumento de van Hiele en el aumento del nivel de razonamiento geométrico. Existe relación entre el nivel de razonamiento geométrico y el dominio de la metodología, según van Hiele.

La cuarta pregunta de investigación fue: ¿Existe diferencia significativa ($p < 0.05$) en el nivel de razonamiento geométrico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), según el nivel escolar? Los resultados del estudio realizado reflejaron que no hubo una diferencia estadísticamente significativa entre el razonamiento geométrico de la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) y el nivel escolar, ya que los datos obtenidos, en la *Prueba U de Mann-Whitney*, obtuvieron una $p = 0.055$.

Los autores van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) señalan que el razonamiento geométrico de una persona pasa por cinco niveles. Estos son: visualización – nivel 0, análisis – nivel 1, abstracción – nivel 2, deducción formal – nivel 3 y rigor matemático – nivel 4. Los niveles son jerárquicos. Para llegar al nivel más alto, se debe dominar por completo el nivel anterior. Estos niveles no pueden ser saltados. De acuerdo con los autores, el nivel 3 – deducción formal puede ser alcanzado en un curso de Geometría de escuela superior, mientras que el nivel 4 – rigor matemático, al ser el nivel de pensamiento geométrico más alto, es un nivel cuya profundidad equivale al de los matemáticos.

El presente estudio contrasta con lo expuesto por van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). De los maestros participantes del estudio del nivel intermedio, solamente cuatro (25.000%) mostraron un nivel de razonamiento geométrico de deducción formal, mientras que un sólo maestro (6.666%) del nivel elemental se ubicó en dicho nivel. Se podría esperar que los maestros del nivel intermedio estén ubicados en niveles de razonamientos geométricos más altos, debido a los conceptos geométricos que enseñan.

Dreyfus y Dreyfus (1980) exponen que una persona pasa a través de cinco etapas de desarrollo cuando adquiere una destreza. La instrucción y la experiencia son necesarias para la adquisición de destrezas. Las cinco etapas son: novicio, competente, proficiente, experto y diestro o maestro. En la etapa proficiente, la cantidad de práctica expone a la persona que ejecuta, a una variedad de situaciones típicas. Dichas situaciones tienen un significado particular. La manera en que se tratan esas situaciones dependerá del proceso de memorización que tenga la persona para determinar que acción es la más apropiada.

En el presente estudio, de los maestros participantes, 22.581% alcanzaron los niveles 3 y 4 (deducción formal y rigor matemático, respectivamente). Es posible que los maestros no hayan tenido la suficiente experiencia y práctica necesarias para ser catalogados como proficientes en la adquisición de destrezas matemáticas. Como consecuencia, no han podido desarrollar un razonamiento geométrico que les permita ubicarse en los niveles más altos de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) de forma proficiente, experto y diestro o maestro.

Halat (2008a) investigó las etapas de razonamiento de los maestros de Matemáticas del nivel intermedio y superior (secundario) en la clase de Geometría. El estudio de Halat (2008a) demostró que todos los niveles de razonamiento geométrico según la teoría de van Hiele estuvieron presentes, pero predominando el nivel 3 (abstracción). Hubo maestros que evidenciaron una ejecución en los niveles de deducción formal (nivel 4) y el nivel de rigor matemático (nivel 5). El estudio demostró también que los maestros en servicio del nivel secundario presentaron todos los niveles de la teoría de

van Hiele. No se encontraron diferencias significativas en términos de las etapas de razonamiento promedio entre los maestros en servicio de nivel intermedio y superior, y tampoco se encontró diferencias de género en los niveles de pensamiento geométrico (Halat, 2008a).

El presente estudio coincide con el hallazgo del estudio de Halat (2008a). Todos los niveles de razonamiento geométrico estuvieron presentes en los maestros participantes del estudio. Pero, solamente el Nivel 1 se reflejó en los maestros participantes a diferencia del estudio de Halat (2008a) en que predominó el nivel de abstracción. En el presente estudio, no hubo diferencia significativa entre el razonamiento geométrico de los maestros y el nivel escolar. En Halat (2008a), no hubo diferencias significativas entre las etapas de razonamiento y los niveles intermedio y superior. Tampoco hubo diferencia significativa entre las etapas de razonamiento y el género.

Halat (2008b) realizó otro estudio cuyo propósito fue encontrar y comparar las etapas de razonamiento en Geometría de maestros de preservicio de escuela elemental y maestros de Matemáticas del nivel secundario, y examinó las etapas de razonamiento. La muestra fue de 281 maestros y el investigador utilizó el *van Hiele Geometry Test* de Usiskin (1982) para encontrar los niveles de razonamiento geométrico de los participantes. Halat (2008b) encontró que no hubo diferencia estadísticamente significativa en las etapas de razonamiento entre los maestros de preservicio de escuela elemental y los maestros de Matemáticas de escuela secundaria. Tampoco hubo diferencia relacionada al género entre los maestros de escuela elemental de preservicio.

El presente estudio se asemeja al de Halat (2008b) en que la muestra de utilizada fue de maestros de ambos niveles elemental y secundario. También utilizaron en ambos estudios el *van Hiele Geometry Test*. La semejanza entre ambos estudios es que en los hallazgos de Halat no hubo diferencia significativa entre las etapas de razonamiento en los niveles elemental y secundario; en el presente estudio, no hubo diferencia significativa entre las etapas de razonamiento geométrico y el nivel de enseñanza.

Halat y Sahin (2008) determinaron las etapas de razonamiento de maestros de preservicio y en servicio de Geometría de escuela elemental. Participaron 186 maestros en el estudio, y para encontrar los niveles de van Hiele en los participantes, se utilizó el *van Hiele Geometry Test* de Usiskin (1982). El estudio reveló que no hubo diferencias en términos de las etapas de razonamiento entre los maestros de escuela elemental de preservicio y en servicio. Se detectó una diferencia significativa de género relacionada a las etapas de razonamiento geométrico entre los maestros de preservicio de elemental favoreciendo a las féminas.

El presente estudio se asemeja al de Halat y Sahin (2008) en cuanto al uso del *van Hiele Geometry Test*, la muestra de ambos estudios que emplearon maestros de elemental. Difieren ambos en que las variables eran razonamiento geométrico, el género y los maestros de preservicio y en servicio (Halat y Sahin, 2008); en el presente estudio, las variables fueron razonamiento geométrico, dominio metodológico y el nivel escolar.

Las universidades en Puerto Rico tienen que considerar la revisión de los cursos de Geometría a nivel de bachillerato, ya que éstos no mencionan o incluyen la teoría de los niveles de razonamiento geométrico de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984).

Se deben considerar también el nivel de enseñanza de los futuros maestros, ya que, dependiendo del nivel escolar, el futuro maestro de Geometría debe estar preparado para razonar geométricamente de acuerdo con la teoría de van Hiele, y así preparar a los estudiantes para que razonen de igual manera según el nivel escolar.

Caribbean University (CU, 2013) ofrece un curso de *Geometría* para los niveles elemental y secundario. El curso incluye conceptos geométricos que se trabajan en los niveles 0 – Visualización, 1 – Análisis y 2 – Abstracción de la teoría de los niveles de razonamiento geométrico de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). Estos son los niveles que se espera que un maestro trabaje en la Geometría del nivel elemental con sus estudiantes. Por otro lado, este curso incluye temática geométrica que se trabaja en el nivel 3 – Deducción formal de la teoría de van Hiele para el nivel escolar intermedio.

De igual manera, la Pontificia Universidad Católica de Puerto Rico (PUCPR, 2018) ofrece cursos de *Geometría Básica I y II* para los niveles escolares de elemental y secundaria. Los cursos incluyen conceptos geométricos que se incluyen en el nivel 0 – Visualización y el nivel 2 – Abstracción de la teoría de van Hiele. La Universidad de las Adventista de las Antillas (UAA, 2018) ofrece un curso de *Geometría de Colegio* el cual hace referencia a conceptos geométricos tales como el triángulo y círculo se trabajan en los niveles 0 – Visualización y 1 – Análisis de la teoría de los niveles de razonamiento geométrico de van Hiele. El curso no incluye temas que se trabajan en los demás niveles de la teoría de van Hiele.

La Universidad de Puerto Rico, Recintos de Mayagüez y Río Piedras (UPRM, 2018a; UPR-RP, 2015) incluyen en su catálogo cursos de Educación de nivel secundario,

pero el Recinto de Mayagüez no ofrece cursos de Educación de nivel elemental. Ambos recintos ofrecen cursos de Geometría. Estos cursos incluyen conceptos de triángulos, círculos y cuadrados que se trabajan en los niveles 0 – Visualización y 1 – Análisis de la teoría de los niveles de razonamiento geométrico van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), al igual que las demostraciones de postulados, axiomas y teoremas que corresponden al nivel 3 – Deducción formal de dicha teoría.

La Universidad del Sagrado Corazón (USC, 2014) ofrece cursos de Educación de nivel elemental y secundario. En cuanto al curso de *Geometría*, éste enfatiza conceptos geométricos que corresponden al nivel 3 – Deducción formal de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) y no hace referencia a conceptos que apliquen a los otros niveles de dicha teoría. La Universidad Ana G. Méndez (UAGM, 2017a) no ofrece cursos de Educación a nivel elemental, mientras que la Universidad del Este (UNE, 2018), ofrece cursos de Educación del nivel primario (K-3). El curso de *Geometría Plana y del Espacio* incluye conceptos geométricos que corresponden al nivel 0 – Visualización y nivel 3 – Deducción formal de la teoría de van Hiele.

La Universidad Interamericana de Puerto Rico (UIPR, 2018a) ofrece cursos de Educación en los niveles elemental y secundario. El curso de *Geometría* menciona conceptos geométricos correspondientes al nivel 0 – Visualización de la teoría de los niveles de van Hiele. No menciona conceptos correspondientes al nivel 1 – Análisis y nivel 2 – Abstracción.

En resumen, los cursos de Geometría que ofrecen las universidades en Puerto Rico deben incluir todos los conceptos geométricos presentes en la teoría de los niveles

de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). Es importante que este curso cubra todos los aspectos geométricos presentes en los niveles 0, 1, 2 y 3 de la teoría. De esta manera, los maestros de los niveles escolares de elemental e intermedia pueden integrar la destreza de razonamiento geométrico, según los niveles propuestos por la teoría. El nivel elemental debe trabajar la Visualización – nivel 0, Análisis – nivel 1 y Abstracción – nivel 2. En el nivel intermedio, se deben trabajar los niveles antes mencionados y el nivel de Deducción formal – nivel 3.

La quinta pregunta de investigación fue: ¿Existe diferencia significativa ($p < 0.05$) en el dominio metodológico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984), según el nivel escolar? Los resultados del estudio realizado reflejaron que no hubo una diferencia estadísticamente significativa entre el dominio metodológico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) y el nivel escolar, ya que los datos obtenidos en la *Prueba U de Mann-Whitney* tuvo un valor de $p = 0.984$.

Los autores van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) confirman en su teoría que el aprendizaje efectivo ocurre cuando los estudiantes experimentan de forma activa los objetos de estudio en contextos apropiados y cuando éstos se involucran en la reflexión y la discusión. Según la teoría, el uso de la memorización y el discurso como métodos de enseñanza no llevarán a los estudiantes a un aprendizaje efectivo. De acuerdo con el nivel de enseñanza, los maestros deben explorar primero cuáles son los niveles de pensamiento geométrico de los estudiantes y luego proveerles la enseñanza necesaria para esos niveles. Las experiencias deben ser organizadas y provistas por los maestros

para el desarrollo de cada nivel de razonamiento geométrico. En esto consiste el dominio metodológico.

En el presente estudio, de los maestros participantes, un 80.600% evidenciaron no tener dominio metodológico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984). Es posible que los maestros no lleven a cabo la exploración diagnóstica en los estudiantes para determinar cuál es el pensamiento geométrico que estos tienen. Si no lo hacen, no pueden tener un punto de partida para ejecutar el proceso de enseñanza de acuerdo con los niveles de pensamiento geométrico que tienen los estudiantes. Es importante que el maestro conozca el nivel de razonamiento geométrico del estudiante para que no queden rezagados en un nivel de pensamiento geométrico que no corresponda al grado. Si un estudiante posee un nivel de razonamiento geométrico de nivel 1 – Análisis y se encuentra en el nivel escolar intermedio, significa que el maestro no tiene dominio metodológico, ya que no le ha provisto experiencias educativas que permitan al estudiante alcanzar el nivel 3 – Deducción formal, nivel en que se supone se encuentre el estudiante.

De igual forma, Knowles (1980) señala en su teoría que los educadores son responsables de crear condiciones, de proveer herramientas y procedimientos que ayuden a los aprendices a descubrir lo que éstos realmente necesitan saber. De acuerdo con la disposición del aprendiz para aprender, los programas de enseñanza-aprendizaje deben estar organizados en categorías de aplicación de la vida real. Si el maestro no tiene dominio metodológico de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele

(1984) no puede proveer las experiencias educativas necesarias para el alcance del nivel de razonamiento geométrico, de acuerdo con el nivel escolar del estudiante.

Muyeghu (2008) indica, en su estudio, que muchas de las enseñanzas y aprendizajes de los maestros de Geometría de décimo grado están estructuradas de tal manera que apoyan el desarrollo del pensamiento geométrico tal como lo describe la teoría de van Hiele, aunque no hayan recibido una instrucción o entrenamiento directo sobre la teoría de los niveles de van Hiele. Sin embargo, se encontró evidencia que apunta a la existencia de lagunas respecto a las facilidades de la enseñanza y aprendizaje de la Geometría en las escuelas estudiadas.

El presente estudio contrasta con lo expuesto por Muyeghu (2008) en cuanto al dominio de la metodología y el nivel escolar. El estudio indica que no hay diferencia significativa entre estas variables. Sin embargo, Muyeghu (2008) señala que el proceso de enseñanza y aprendizaje de la Geometría de los participantes de su investigación están estructurados y que apoyan el desarrollo del pensamiento geométrico, según van Hiele, aunque no hayan recibido alguna instrucción acerca de éste.

Bleeker, Stols y van Putten (2013) describieron las prácticas instruccionales de maestros de primero a quinto grado y los niveles de pensamiento geométrico de los estudiantes, según el modelo de van Hiele para determinar si existía una relación entre la práctica instruccional y el nivel de pensamiento de los estudiantes. El estudio determinó que no hay relación entre las fases de aprendizaje y el desarrollo geométrico en términos de los niveles de van Hiele.

Bleeker et al. (2013) señalan que las prácticas instruccionales en las escuelas

primarias en todos los grados deben ampliar las experiencias en la clase de Geometría en todos los niveles, ya que el nivel de previsualización y el primer nivel de pensamiento de van Hiele es evidente hasta el quinto grado. Contrasta esto con el presente estudio, ya que no hay diferencias significativas entre el dominio metodológico, según van Hiele y el nivel escolar.

El 6.667% de los maestros de Matemáticas del nivel elemental participantes del estudio alcanzaron el nivel 2 – Abstracción, mientras que el 80.000% alcanzaron los niveles 0 – Visualización y 1 – Análisis. Esto evidencia que el maestro no domina la metodología de la teoría de van Hiele, ya que se espera que el maestro alcance el nivel 2 – Abstracción. Es posible que el maestro no esté preparado, según la teoría, para llevar a sus estudiantes a razonar geométricamente de acuerdo con el nivel geométrico esperado. Si el maestro no tiene las experiencias que le hayan llevado a razonar geométricamente y dominar metodológicamente la teoría, este no puede proveer a sus estudiantes las experiencias y prácticas de la enseñanza necesarias porque nunca las tuvo o no las conoce.

Las universidades en Puerto Rico ofrecen cursos de Educación y, de acuerdo a la descripción de los cursos de Educación de Caribbean University (2013a, 2013b), Pontificia Universidad Católica de Puerto Rico (2018), Universidad de Puerto Rico, Recintos de Río Piedras y Mayagüez (2015, 2017a, 2017b, 2018a, 2018b), Universidad del Este (2018a, 2018b), Universidad del Sagrado Corazón (2014), Universidad Ana G. Méndez (2017a, 2017b), Universidad Interamericana de Puerto Rico (2018a, 2018b) y

Universidad Metropolitana (2016), en ninguno se menciona la teoría de los niveles de van Hiele como modelo para enseñar en Geometría.

Limitaciones metodológicas de la investigación

- 1 Los participantes del estudio fueron delimitados a maestros de Matemáticas de escuelas públicas y privadas participantes del Programa MSP de la Universidad Interamericana de Puerto Rico y no de otras universidades.
- 2 La muestra de los maestros participantes del estudio fue pequeña. Solamente participaron 31 maestros de Matemáticas: 16 maestros del nivel intermedio y 15 maestros del nivel elemental. No se realizaron, en el estudio, pruebas paramétricas
- 3 Los resultados del presente estudio no pueden ser generalizados para todos los maestros de Matemáticas del nivel elemental e intermedio que participaron del Programa MSP en la Universidad sede del estudio, ni de otras universidades participantes, ni tampoco pueden ser generalizados para todos los maestros de Matemáticas del nivel elemental e intermedio de todo Puerto Rico.

Recomendaciones para el Programa de Matemáticas

- 1 Establecimiento de la modalidad de taller a maestros de Matemáticas, tanto del nivel elemental como intermedio, sobre la teoría de razonamiento geométrico de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) para conocimiento general y praxis educativa de estos (Apéndice O).
- 2 Publicación de los hallazgos del presente estudio para conocimiento y beneficio de los maestros de Matemáticas.

Recomendaciones para futuras investigaciones

- 1 Replicar el estudio con una mayor muestra de maestros de Matemáticas, tanto del nivel primario como el nivel secundario.
- 2 Repetir el estudio con estudiantes del nivel elemental e intermedio para así establecer una comparación entre el dominio de razonamiento geométrico de los estudiantes y el de los maestros de sus respectivos niveles.

Referencias

- Ada, T. (2013). Teaching Activity-based Taxicab Geometry. *Educational Research and Reviews*, 8(16), 1421-1436. (ERIC Document Reproduction Service No. EJ1017096)
- Adeniji, S.M., Ameen, S.K., Dambatta, B.U., & Orinolise, R. (2018). Effect of Mastery Learning Approach on Senior School Students' Academic Performance and Retention in Circle Geometry. *International Journal of Instruction*, 11(4), 951-962. (ERIC Reproduction Service No. EJ1191669)
- American Psychological Association. (2010). *Publication Manual of the American Psychological Association*. (6th Edition). Washington, D.C.: Author.
- Arici, S., & Aslan-Tutak, F. (2015). The Effect of Origami-Based Instruction on Spatial Visualization, Geometry Achievement, and Geometric Reasoning. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 13(1), 179-200. (ERIC Document Reproduction Service No. EJ1049674)
- Armah, R.B., Cofie, P.O., & Okpoti, C.A. (2018). Investigating the effect of van Hiele Phase-based instruction on pre-service teachers' geometric thinking. *International Journal of Research in Education and Science*, 4(1), 314-330. (ERIC Document Reproduction Service No. EJ1169856)
- Atebe, H.U. (2008). *Students' van Hiele levels of geometric thought and conception in plane geometry: a collective case study of Nigeria and South Africa* (Doctoral dissertation, Rhodes University; South Africa). Recuperado de core.ac.uk
- Aslan-Tutak, F., & Adams, T.L. (2015). A Study of Geometry Content Knowledge of Elementary Preservice Teachers. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 7(3), 301-318. (ERIC Document Reproduction Service No. EJ1068059)
- Auzmendi Escribano, E. (1992). *Las actitudes hacia las matemática-estadística en las enseñanzas medias y universitarias: características y medición*. Bilbao, España: Ediciones Mensajero.
- Bleeker, C., Stols, G., & Van Putten, S. (2013). The relationship between teachers' instructional practices and their learners' level of geometrical thinking. *Perspectives in Education*, 31(3), 66-78. (ERIC Document Reproduction Service No. EJ1015518)

- Burger, W.F., & Shaughnessy, J.M. (1986). Characterizing the van Hiele levels of development in geometry. *Journal for Research in Mathematics Education*, 17, 31-48.
- Caribbean University. (2013a). *Undergraduate Catalog 2013-2018*. Bayamón, Puerto Rico: Author.
- Caribbean University. (2013b). *Graduate Catalog 2013-2018*. Bayamón, Puerto Rico: Author.
- College Board, Oficina de Puerto Rico. (2015a). *Programa de Pruebas para la Certificación de Maestros en Puerto Rico (PCMAS)*. San Juan, Puerto Rico: Autor. Consultado el 30 de mayo de 2016 en www.collegeboard.com
- College Board, Oficina de Puerto Rico. (2015b). *Boletín de Orientación: Pruebas para la Certificación de Maestros: Pruebas de Especialidades*. San Juan, Puerto Rico: Autor. Consultado el 30 de mayo de 2016 en www.collegeboard.com
- College Board Oficina de Puerto Rico. (2016). *Pruebas para la Certificación de Maestros (PCMAS) Informe Institucional*. San Juan, Puerto Rico: Autor.
- College Board Oficina de Puerto Rico. (2018). *Pruebas para la Certificación de Maestros (PCMAS) Informe Institucional*. San Juan, Puerto Rico: Autor.
- Denis, L.P. (1987). *Relationships between stage of cognitive development and van Hiele level of geometric thought among Puerto Rican adolescents* (Doctoral dissertation, Fordham University). UMI's Dissertation Abstracts, 18(4).
- Denis, L.P. (1992). Teorías de van Hiele y Piaget: en búsqueda de la funtorialidad. *Revista El Sol*, 3, 30-33.
- Denis, L.P. (1996). *Etapas del Desarrollo Cognoscitivo/Pensamiento Geométrico: Niveles de van Hiele*. (1era ed.). San Juan, Puerto Rico: Publicaciones Puertorriqueñas, Inc.
- Departamento de Educación de Puerto Rico. (2003). *Marco Curricular Programa de Matemáticas*. San Juan, Puerto Rico: Instituto Nacional para el Desarrollo Curricular.
- Departamento de Educación de Puerto Rico. (2008). *Estándares Profesionales de los Maestros de Puerto Rico*. San Juan, Puerto Rico: Instituto para el Desarrollo Profesional del Maestro.

- Departamento de Educación de Puerto Rico. (2012, 25 de enero). *Reglamento 8146. Reglamento de Certificación del Personal Docente de Puerto Rico*. San Juan, Puerto Rico: Autor.
- Departamento de Educación de Puerto Rico. (2016, 19 de febrero). *Carta Circular 28-15-16. Política Pública sobre la Organización Escolar y los Requisitos de Graduación de las Escuelas de la Comunidad Primarias y Secundarias del Departamento de Educación de Puerto Rico*. San Juan, Puerto Rico: Autor.
- Dhlamini, S.S. (2012). *An Investigation into Grade 12 Teacher's Understanding of Euclidean Geometry*. (Unpublished Master of Education Degree Thesis, University of KwaZulu-Natal, Edgewood Campus, Durban, South Africa). Recuperado de researchspace.ukzn.ac.za
- Dreyfus, S.E., & Dreyfus, H.L. (1980). *A Five-Stage Model of the Mental Activities involved in Directed Skill Acquisition*. Berkeley, California: University of California Operations Research Center. Recuperado de <https://www.researchgate.net>
- Erdogan, T., Akkaya, R., & Celebi Akkaya, S. (2009). The Effect of the Van Hiele Model Based Instruction on the Creative Thinking Levels of 6th Grade Primary School Students. *Educational Sciences: Theory and Practice*, 9(1), 181-194. (ERIC Document Reproduction Service No. EJ837779)
- Field, A. (2009). *Discovering Statistics Using SPSS*. (3rd Ed.). London, England: Sage Publications.
- Fouz, F. y de Donosti, B. (2005). Modelo de van Hiele para la didáctica de la Geometría. *Un paseo por la Geometría*. 67-81. Recuperado de www.xtec.cat
- Fuys, D., Geddes, D., & Tischler, R. (1988). The van Hiele model of thinking in geometry among adolescents. *Journal for Research in Mathematics Education Monograph 3*. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- Guevara, E. (2007). *El efecto de la enseñanza asistida por multimedios en el nivel de razonamiento geométrico y en el aprovechamiento geométrico en los estudiantes de quinto grado* (Disertación doctoral no publicada, Pontificia Universidad Católica de Puerto Rico Recinto de Ponce, Ponce, Puerto Rico).
- Günes, K. & Tapan-Broutin, M.S. (2017). Views of Pre-Service Teachers Following Teaching Experience on Use of dynamic Geometry Software. *Educational Research and Reviews*, 12(4), 1208-1219. (ERIC Document Reproduction Service No. EJ1164649)

- Gutiérrez, A., Jaime, A., & Fortuny, J.M. (1991). An alternative paradigm to evaluate the adquisition of the van Hiele levels. *Journal for Research in Mathematics Education*, 22(3), 237-251. Recuperado de www.researchgate.net
- Gutiérrez Muñoz, C.R. (1992). *Relación entre el método de enseñanza de adquisición de conceptos versus el método tradicional y el aprovechamiento en Matemáticas (Geometría) en estudiantes de séptimo grado*. (Disertación doctoral no publicada, Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recinto Metropolitano, San Juan, Puerto Rico).
- Halat, E. (2003). *Performance, Motivation and Gender in Two Different Instructions in Geometry*. (Unpublished Doctoral Dissertation, Florida State University, Florida, USA). Recuperado de diginole.lib.fsu.edu
- Halat, E. (2006). Sex-related differences in the acquisition of the van Hiele levels and motivation in learning geometry. *Asia Pacific Education Review*, 7(2), 173-183. (ERIC Document Reproduction Service No.EJ752338)
- Halat, E. (2008a). In-service middle and high school mathematics teachers: geometric reasoning stages and gender. *Mathematics Educator*, 18(1), 8-14. (ERIC Document Reproduction Service No. EJ841566)
- Halat, E. (2008b). Pre service elementary school and secondary mathematics teachers' van Hiele levels and gender differences. *Issues in the undergraduate mathematics preparation of school teachers, 1*, 1-11. (ERIC Document Reproduction Service No. EJ835497)
- Halat, E., & Jakubowski, E. (2001). Teaching Geometry Using Webquest. *19th International Conference on Technology and Education*: Tallahassee, Florida, USA.
- Halat, E. & Sahin, O. (2008). van Hiele Levels of Pre- and In-Service Turkish Elementary School Teachers and Gender Related Differences in Geometry. *The Mathematics Educator*, 11(½), 143-158. Recuperado de www.semanticscholar.org
- Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C. y Baptista Lucio, P. (2014). *Metodología de la investigación*. México, D.F.: McGraw-Hill.
- Hock, T.T., Tarmizi, R.A., Yunus, A.S.M., & Ayub, A.F. (2015). Understanding the Primary School Students' Van Hiele Levels of Geometry Thinking in Learning Shapes and Spaces: A Q-Methodology. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 7(4), 793-802. (ERIC Document Reproduction Service No. EJ1070509)

- In'am, A., & Hajar, S. (2017). Learning Geometry Through Discovery Learning Using a Scientific Approach. *International Journal of Instruction*, 10(1), 55-70. (ERIC Document Reproduction Service No. EJ1125137)
- Jelatu, S., Sariyasa, & Ardana, I.M. (2018). Effect of GeoGebra-aided REACT Strategy on Understanding of Geometry Concepts. *International Journal of Instruction*, 11(4), 325-336. (ERIC Document Reproduction Service EJ1191656)
- Karrass, M. (2012). *Diagrammatic reasoning skills of pre-service mathematics teachers* (Doctoral dissertation, Columbia University, New York, USA). (ERIC Document Reproduction Service No. ED537427)
- Klein, P. (2012). *Predictive relationships of teacher efficacy, geometry knowledge for teaching, and the cognitive levels of teacher practice on student achievement*. (Unpublished Doctoral Dissertation. University of Louisville, Kentucky, USA). (ERIC Document Reproduction Service No. ED555123)
- Knight, K.C. (2006). *An investigation into the change in the van Hiele level of understanding geometry of pre-service elementary and secondary mathematics teachers*. (Unpublished Master Thesis. University of Maine, Orono, Maine, USA). Recuperado de www.semanticscholar.org
- Knowles, M.S. (1980). *The modern practice of adult education: From pedagogy to andragogy*. New York, New York: Cambridge.
- Lara Cotto, C.M. (2007). *La aplicación del modelo de van Hiele en la enseñanza de las funciones y sus gráficas en un curso de álgebra intermedia y su efecto en el aprovechamiento y la actitud de los estudiantes* (Disertación doctoral no publicada, Universidad de Puerto Rico, Recinto de Río Piedras, San Juan, Puerto Rico).
- Lee, J.S. (2010). *Outcomes and Implications of Designing and Implementing a Project-Based Learning Geometry Unit*. (Doctoral dissertation, Indiana University, Indiana, USA). (ERIC Document Reproduction Service No. ED520313)
- Lewis, B. (2009). *Inquiry-Based Instruction in Geometry: The Impact on End of Course Test Scores*. (Doctoral dissertation, Walden University, USA). (ERIC Document Reproduction Service No. ED515593)
- Lin, C-Y., Luo, F., Lo, J-J., & Yang, C. (2011). U.S. and Taiwanese Pre-service Teachers' Geometry Knowledge and Thinking. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*. (ERIC Document Reproduction Service No. EJ945539)

- Lisboa Medina, S. (2010). *Efecto de las fuentes de auto-eficacia (Bandura, 1997) en la percepción hacia las matemáticas y el aprovechamiento académico de estudiantes de undécimo grado, según el género* (Disertación doctoral no publicada, Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recinto de San Germán, San Germán, Puerto Rico).
- López Yustos, A. (1998). *Introducción a la Educación* (2da ed.). Hato Rey, Puerto Rico: Publicaciones Puertorriqueñas, Inc.
- Martínez Ortiz, M. (2009). *La percepción de los maestros de matemáticas de nivel elemental de 4to a 6to del distrito de Guánica sobre la integración de la computadora como estrategia de enseñanza*. (Proyecto de investigación de maestría no publicado, Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recinto de Ponce, Ponce, Puerto Rico).
- Mason, M. (1998). The van Hiele levels of geometric understanding. *Professional Handbook for Teachers Geometry: Explorations and Applications*. Boston, Massachusetts: McDougal Littell Inc
- Mason, M.M. (1997). The van Hiele model of geometric understanding and mathematically talented students. *Journal for the Education of the Gifted*, 21(1), 38-53. Recuperado de search.proquest.com
- Mayberry, J. (1983). The van Hiele levels of geometric thought in undergraduate preservice teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 14(1), 58-69. (ERIC Document Reproduction Service No. EJ273422)
- McClendon, M. (1990). *Application of the van Hiele model evaluating elementary teachers' understanding of geometric concepts and improving their attitudes toward teaching geometry* (Doctoral dissertation, University of South Florida, Florida, USA). Dissertation Abstract International, AAT 9024906).
- Md. Yunis, A.S., Mohd Ayub, A.F., & Hock, T.T. (2019). Geometric Thinking of Malaysian Elementary School Students. *International Journal of Instruction* 12(1), 1095-1112. (ERIC Document Reproduction Service No. EJ 1201177)
- Muyeghu, A. (2008). *The use of the van Hiele theory in investigating teaching strategies used by grade 10 geometry teachers in Namibia* (Master thesis, Rhodes University, Grahamstown, South Africa). Recuperado de core.ac.uk
- Myers, R.Y., Sr. (2009). *The effects of the use of technology in mathematics instruction on student achievement* (Doctoral dissertation, Florida International University, Florida, USA). (ERIC Document Reproduction Service No. ED515923)

- Nirode, W. (2012). *An analysis of how and why high school geometry teachers implement dynamic geometry software tasks for student engagement*. (Doctoral Dissertation, Ohio University). (ERIC Document Reproduction Service No. ED552180)
- Noto, M.S., Priatna, N., & Dahlan, J.A. (2019). Mathematical Proof: The Learning Obstacles of Preservice Mathematics Teachers on Transformation Geometry. *Journal on Mathematics Education* 10(1), 117-126. (ERIC Document Reproduction Service No. EJ1204803)
- Ocasio de Rodríguez, N. (2001). *La práctica de la enseñanza y aprendizaje*. Hato Rey, Puerto Rico: Publicaciones Puertorriqueñas, Inc.
- Patkin, D. & Barkai, R. (2014). Geometric thinking levels of pre- and in-service mathematics teachers at various stages of their education. *Educational Research Journal*, 29(1 & 2), 1-26. Recuperado de hkier.fed.cuhk.edu.hk
- Pinar, A. (2011). Geometry thinking levels and attitudes of elementary teachers candidates. *INONU University Journal of the Faculty of Education*, 12(3), 97-115. Recuperado de dergipark.org.tr
- Pontificia Universidad Católica de Puerto Rico (2018). *Catálogo Subgraduado 2019-2022*. Ponce, Puerto Rico: Autor.
- Reyhani, E., Imam Jome, M.R., Saleh Sedghpoor, B. & Moradi Veise, A. (2011). Assessing mathematics teachers' knowledge of geometry based on van Hiele Model of Geometric Thought. *Journal of Technology of Education*, 5(2), 153-163. Recuperado de www.sid.ir
- Rossiter, R.F. (2012). *The Effects of Math Recovery on the Low-Performing Student*. (Doctoral dissertation, University of Missouri, Kansas City, Kansas, USA). (ERIC Document Reproduction No. ED549862)
- Sabey, K. (2009). *Secondary Preservice Teachers' Understanding of Euclidean Geometry*. (Doctoral dissertation, University of Northern Iowa, Iowa, USA). (ERIC Document Reproduction Service No. ED513204)
- Senk, S.L. (1989). van Hiele levels and achievement in writing geometry proofs. *Journal for Research in Mathematics Education* 20(3), 309-321. (ERIC Document Reproduction Service No. EJ394225)

- Smith, R.C. (2010). *A Comparison of Middle School Student's Mathematical Arguments in Technological and Non-Technological Environments* (Doctoral dissertation, North Carolina State University, North Carolina, USA). (ERIC Document Reproduction Service No. ED519702)
- Somayajulu, R.B. (2012). *Building Pre-Service Teacher's Mathematical Knowledge for Teaching of High School Geometry* (Unpublished Doctoral Dissertation, The Ohio State University, Ohio, USA). (ERIC Document Reproduction Service No. ED550535)
- Stols, G. (2012). Does the use of technology make a difference in the geometric cognitive growth of pre-service mathematics teachers? *Australasian Journal of Educational Technology*, 28(7), 1233-1247. (ERIC Document Reproduction Service No. EJ999571)
- Swafford, J.O., Jones, G.A. & Thornton, C.A. (1997). Increased knowledge in geometry and instructional practice. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(4), 467-483. Recuperado de www.jstor.org
- Tentomas, P.C. (2010). *Creation and Assessment of a Ten-Day Spatial Transformation Intervention in a Secondary School Geometry Class*. (Doctoral dissertation, Teachers College, Columbia University, New York, USA). (ERIC Document Reproduction Service No. ED518936)
- Torres Gonzalez, R., Martinez Ramos, L.M., Moscoso Álvarez, M., Sagardía Ruiz, M., Zambrana Ortiz, N. y Scharrón del Rio, M.A. (2017). *Educación básica en Puerto Rico del 1980 al 2012: Política pública y trasfondo histórico, legal y curricular*. San Juan, Puerto Rico: Consejo de Educación Superior de Puerto Rico
- Universidad Adventista de las Antillas. (2018). *Catálogo Subgraduado 2018-2019*. Mayagüez, Puerto Rico: Autor.
- Universitario Ana G. Méndez. (2017a). *Undergraduate Programs Catalog 2017-2018*. Gurabo, Puerto Rico: Autor.
- Universidad Ana G. Méndez. (2017b). *Graduate Programs Catalog 2017-2018*. Gurabo, Puerto Rico: Autor.
- Universidad de Puerto Rico, Recinto de Río Piedras. (2011, mayo). *Informe Institucional Resultados de las Pruebas para Certificar Maestros*. Río Piedras, Puerto Rico: Autor.

- Universidad de Puerto Rico, Recinto de Río Piedras. (2015). *Catálogo General Programas Subgraduados 2015*. San Juan, Puerto Rico: Oficina del Registrador y el Decanato de Asuntos Académicos del Recinto de Río Piedras.
- Universidad de Puerto Rico, Recinto de Río Piedras. (2017a). *Catálogo Graduado DEGI – Matemáticas 2017-2018*. Río Piedras, Puerto Rico: Oficina del Decanato de Estudios Graduados e Investigación del Recinto de Río Piedras.
- Universidad de Puerto Rico, Recinto de Río Piedras. (2017b). *Catálogo Graduado DEGI – Educación 2017-2018*. Río Piedras, Puerto Rico: Oficina del Decanato de Estudios Graduados e Investigación del Recinto de Río Piedras.
- Universidad de Puerto Rico, Recinto de Mayagüez. (2018a). *Catálogo Subgraduado 2018-2019*. Mayagüez, Puerto Rico: Oficina del Decanato de Asuntos Académicos del Recinto de Mayagüez.
- Universidad de Puerto Rico, Recinto de Mayagüez. (2018b). *Catálogo Graduado 2018-2019*. Mayagüez, Puerto Rico: Oficina del Decanato de Asuntos Académicos del Recinto de Mayagüez.
- Universidad del Este, Sistema Universitario Ana G. Méndez. (2018a). *Undergraduate Catalog 2018-2019*. Carolina, Puerto Rico: Autor.
- Universidad del Este, Sistema Universitario Ana G. Méndez. (2018b). *Graduate Catalog 2018-2019*. Carolina, Puerto Rico: Autor.
- Universidad del Sagrado Corazón. (2014). *Catálogo Subgraduado 2014-2016*. San Juan, Puerto Rico: Decanato de Asuntos Académicos y Estudiantiles.
- Universidad Interamericana de Puerto Rico. (2007, 2 de noviembre). *Política y normas sobre la protección de los derechos de los sujetos humanos que participan en proyectos de investigación. Documento Normativo A-IRB-013-2000R*. San Juan, Puerto Rico: Autor.
- Universidad Interamericana de Puerto Rico. (2010, 28 de junio). *Guías y normas para la preparación de planes de contingencia para casos de emergencia por desastres naturales o de otra índole. Documento Normativo G-0610-033*. San Juan, Puerto Rico: Autor.
- Universidad Interamericana de Puerto Rico. (2014, febrero). *Manual de Procedimientos relacionados con la Disertación Doctoral en Educación*. San Germán, Puerto Rico: Recinto de San Germán.

- Universidad Interamericana de Puerto Rico. (2018a). *Catálogo General 2018-2019*, 26(1). San Juan, Puerto Rico: Vicepresidencia de Asuntos Académicos, Estudiantiles y Planificación Sistemática.
- Universidad Interamericana de Puerto Rico. (2018b). *Catálogo Graduado 2018-2019*, 26(1). San Juan, Puerto Rico: Vicepresidencia de Asuntos Académicos, Estudiantiles y Planificación Sistemática.
- Universidad Metropolitana, Sistema Universitario Ana G. Méndez. (2016). *Undergraduate Catalog 2016-2017*. San Juan, Puerto Rico: Autor.
- Usiskin, Z. (1982). *Van Hiele levels and achievement in secondary school Geometry. (Final Report of the Cognitive Development and Achievement in Secondary School Geometry Project)*. Chicago, Illinois: University of Chicago. (ERIC Document Reproduction Service No. ED220288)
- van der Sandt, S. (2007). Pre-service geometry education in South Africa: A typical case? *Issues in the undergraduate mathematics preparation of school teachers, 1*, 1-9. (ERIC Document Reproduction Service No. EJ835495)
- van Hiele, P.M. (1984). The child's thought and geometry. In Fuys, D., Geddes, D., Tischler, R., & Lovett, C.J. (Ed. & Trans.), *English translation of selected writings of Dina van Hiele-Geldof and Pierre Marie van Hiele* (pp. 247-256). New York, New York: City University of New York. (ERIC Document Reproduction Service No. ED287697)
- van Hiele, P.M. (1986). *Structure and insight*. Orlando, Florida: Academic Press.
- van Hiele-Geldof, D. (1957). *The didactics of geometry in the lower class of the secondary school*. English summary by Dina van Hiele-Geldof of *De didaktiek van de Meetkunde in de eerste klass van hef V.H.M.O.* Doctoral dissertation, University of Utrecht, 1957, pp. 1-183 (ERIC Document Reproduction Service No.ED287697)
- van Putten, S., Howie, S., & Stoles, G. (2010). Making Euclidean geometry compulsory: Are we prepared? *Perspectives in Education*, 28(4), 22-31. (ERIC Document Reproduction Service No. EJ911871)
- Velázquez, W. (1990). *Diseño y validación de una prueba escrita para medir los niveles de pensamiento geométrico de los estudiantes de escuela superior en tres conceptos, de acuerdo con la teoría de van Hiele* (Tesis de maestría no publicada, Universidad de Puerto Rico, Recinto de Río Piedras, San Juan, Puerto Rico).

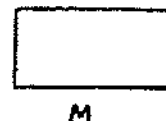
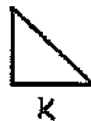
- Vera Vélez, L. (2011). *"Assessment", Medición y Evaluación del aprendizaje* (5ta ed.). San Juan, Puerto Rico: Publicaciones Puertorriqueñas, Inc.
- Yee, S.P. (2012). *Students' Metaphors for Mathematical Problem Solving*. (Doctoral dissertation, Kent State University, USA). (ERIC Document Reproduction Service No. ED548814)
- Yilmaz, G.K., & Koparan, T. (2016). The Effect of Designed Geometry Teaching Lesson to the Candidate Teachers' van Hiele Geometric Thinking Level. *Journal of Education and Training Studies*, 4(1), 219-241. (ERIC Document Reproduction Service No. EJ1078428)

Apéndice A.
***van Hiele Geometry Test* (Usiskin, 1982) y clave**

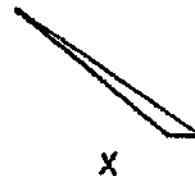
VAN HIELE GEOMETRY TEST

1. Which of these are squares?

- (A) K only
- (B) L only
- (C) M only
- (D) L and M only
- (E) All are squares.

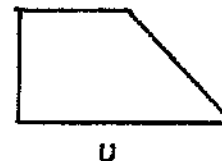
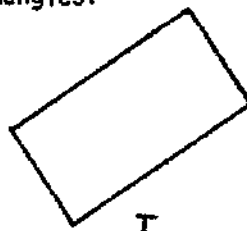
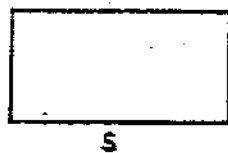


2. Which of these are triangles?



- (A) None of these are triangles.
- (B) V only
- (C) W only
- (D) W and X only
- (E) V and W only

3. Which of these are rectangles?



- (A) S only
- (B) T only
- (C) S and T only
- (D) S and U only
- (E) All are rectangles.

4. Which of these are squares?



F



G



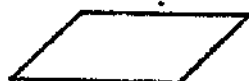
H



I

- (A) None of these are squares.
- (B) G only
- (C) F and G only
- (D) G and I only
- (E) All are squares.

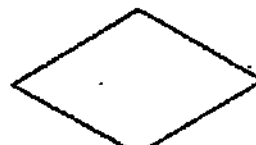
5. Which of these are parallelograms?



J



M



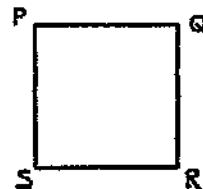
L

- (A) J only
- (B) L only
- (C) J and M only
- (D) None of these are parallelograms.
- (E) All are parallelograms.

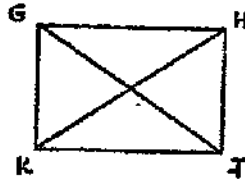
6. PQRS is a square.

Which relationship is true in all squares?

- (A) $\overline{PR}$ and $\overline{RS}$ have the same length.
- (B) $\overline{QS}$ and $\overline{PR}$ are perpendicular.
- (C) $\overline{PS}$ and $\overline{QR}$ are perpendicular.
- (D) $\overline{PS}$ and $\overline{QS}$ have the same length.
- (E) Angle Q is larger than angle R.



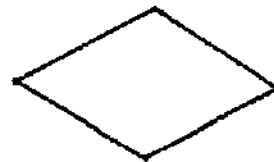
7. In a rectangle $GHJK$, $\overline{GJ}$ and $\overline{HK}$ are the diagonals.



Which of (A)-(D) is not true in every rectangle?

- (A) There are four right angles.
- (B) There are four sides.
- (C) The diagonals have the same length.
- (D) The opposite sides have the same length.
- (E) All of (A)-(D) are true in every rectangle.

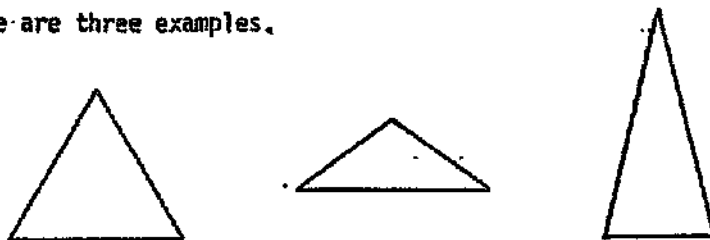
8. A rhombus is a 4-sided figure with all sides of the same length.
Here are three examples.



Which of (A)-(D) is not true in every rhombus?

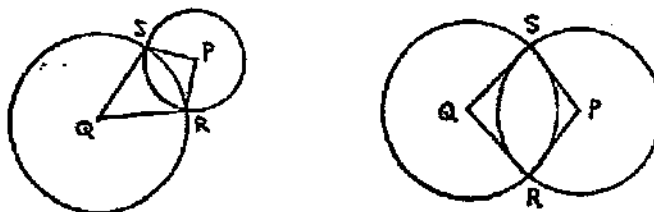
- (A) The two diagonals have the same length.
- (B) Each diagonal bisects two angles of the rhombus.
- (C) The two diagonals are perpendicular.
- (D) The opposite angles have the same measure.
- (E) All of (A)-(D) are true in every rhombus.

9. An isosceles triangle is a triangle with two sides of equal length. Here are three examples.



Which of (A)-(D) is true in every isosceles triangle?

- (A) The three sides must have the same length.
 - (B) One side must have twice the length of another side.
 - (C) There must be at least two angles with the same measure.
 - (D) The three angles must have the same measure.
 - (E) None of (A)-(D) is true in every isosceles triangle.
10. Two circles with centers P and Q intersect at R and S to form a 4-sided figure PRQS. Here are two examples.



Which of (A)-(D) is not always true?

- (A) PRQS will have two pairs of sides of equal length.
- (B) PRQS will have at least two angles of equal measure.
- (C) The lines $\overline{PQ}$ and $\overline{RS}$ will be perpendicular.
- (D) Angles P and Q will have the same measure.
- (E) All of (A)-(D) are true.

11. Here are two statements.

Statement 1: Figure F is a rectangle.

Statement 2: Figure F is a triangle.

Which is correct?

- (A) If 1 is true, then 2 is true.
- (B) If 1 is false, then 2 is true.
- (C) 1 and 2 cannot both be true.
- (D) 1 and 2 cannot both be false.
- (E) None of (A)-(D) is correct.

12. Here are two statements.

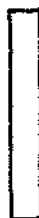
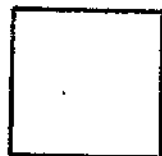
Statement S: $\triangle ABC$ has three sides of the same length.

Statement T: In $\triangle ABC$, $\angle B$ and $\angle C$ have the same measure.

Which is correct?

- (A) Statements S and T cannot both be true.
- (B) If S is true, then T is true.
- (C) If T is true, then S is true.
- (D) If S is false, then T is false.
- (E) None of (A)-(D) is correct.

13. Which of these can be called rectangles?



- (A) All can.
- (B) Q only
- (C) R only
- (D) P and Q only
- (E) Q and R only

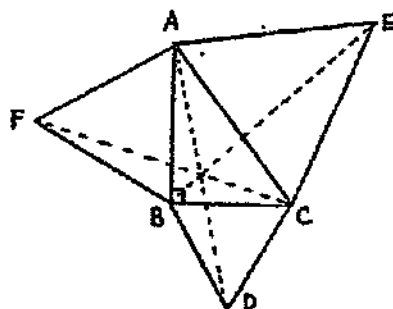
14. Which is true?

- (A) All properties of rectangles are properties of all squares.
- (B) All properties of squares are properties of all rectangles.
- (C) All properties of rectangles are properties of all parallelograms.
- (D) All properties of squares are properties of all parallelograms.
- (E) None of (A)-(D) is true.

15. What do all rectangles have that some parallelograms do not have?

- (A) opposite sides equal
- (B) diagonals equal
- (C) opposite sides parallel
- (D) opposite angles equal
- (E) none of (A)-(D)

16. Here is a right triangle ABC. Equilateral triangles ACE, ABF, and BCD have been constructed on the sides of ABC.



From this information, one can prove that $\overline{AD}$, $\overline{BE}$, and $\overline{CF}$ have a point in common. What would this proof tell you?

- (A) Only in this triangle drawn can we be sure that $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ and $\overline{CF}$ have a point in common.
- (B) In some but not all right triangles, $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ and $\overline{CF}$ have a point in common.
- (C) In any right triangle, $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ and $\overline{CF}$ have a point in common.
- (D) In any triangle, $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ and $\overline{CF}$ have a point in common.
- (E) In any equilateral triangle, $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ and $\overline{CF}$ have a point in common.

17. Here are three properties of a figure.

Property D: It has diagonals of equal length.

Property S: It is a square.

Property R: It is a rectangle.

Which is true?

- (A) D implies S which implies R.
- (B) D implies R which implies S.
- (C) S implies R which implies D.
- (D) R implies D which implies S.
- (E) R implies S which implies D.

18. Here are two statements.

- I. If a figure is a rectangle, then its diagonals bisect each other.
- II. If the diagonals of a figure bisect each other, the figure is a rectangle.

Which is correct?

- (A) To prove I is true, it is enough to prove that II is true.
- (B) To prove II is true, it is enough to prove that I is true.
- (C) To prove II is true, it is enough to find one rectangle whose diagonals bisect each other.
- (D) To prove II is false, it is enough to find one non-rectangle whose diagonals bisect each other.
- (E) None of (A)-(D) is correct.

19. In geometry;

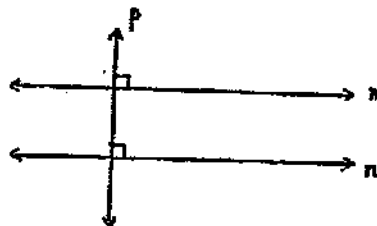
- (A) Every term can be defined and every true statement can be proved true.
- (B) Every term can be defined but it is necessary to assume that certain statements are true.
- (C) Some terms must be left undefined but every true statement can be proved true.
- (D) Some terms must be left undefined and it is necessary to have some statements which are assumed true.
- (E) None of (A)-(D) is correct.

20. Examine these three sentences.

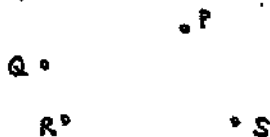
- (1) Two lines perpendicular to the same line are parallel.
- (2) A line that is perpendicular to one of two parallel lines is perpendicular to the other.
- (3) If two lines are equidistant, then they are parallel.

In the figure below, it is given that lines m and p are perpendicular and lines n and p are perpendicular. Which of the above sentences could be the reason that line m is parallel to line n ?

- (A) (1) only
- (B) (2) only
- (C) (3) only
- (D) Either (1) or (2)
- (E) Either (2) or (3)



21. In F-geometry, one that is different from the one you are used to, there are exactly four points and six lines. Every line contains exactly two points. If the points are P , Q , R , and S , the lines are $\{P,Q\}$, $\{P,R\}$, $\{P,S\}$, $\{Q,R\}$, $\{Q,S\}$, and $\{R,S\}$.



Here are how the words "intersect" and "parallel" are used in F-geometry. The lines $\{P,Q\}$ and $\{P,R\}$ intersect at P because $\{P,Q\}$ and $\{P,R\}$ have P in common.

The lines $\{P,Q\}$ and $\{R,S\}$ are parallel because they have no points in common.

From this information, which is correct?

- (A) $\{P,R\}$ and $\{Q,S\}$ intersect.
- (B) $\{P,R\}$ and $\{Q,S\}$ are parallel.
- (C) $\{Q,R\}$ and $\{R,S\}$ are parallel.
- (D) $\{P,S\}$ and $\{Q,R\}$ intersect.
- (E) None of (A)-(D) is correct.

22. To trisection an angle means to divide it into three parts of equal measure. In 1847, P.L. Wantzel proved that, in general, it is impossible to trisect angles using only a compass and an unmarked ruler. From his proof, what can you conclude?

- (A) In general, it is impossible to bisect angles using only a compass and an unmarked ruler.
- (B) In general, it is impossible to trisect angles using only a compass and a marked ruler.
- (C) In general, it is impossible to trisect angles using any drawing instruments.
- (D) It is still possible that in the future someone may find a general way to trisect angles using only a compass and an unmarked ruler.
- (E) No one will ever be able to find a general method for trisecting angles using only a compass and an unmarked ruler.

23. There is a geometry invented by a mathematician J in which the following is true:

The sum of the measures of the angles of a triangle is less than 180° .

Which is correct?

- (A) J made a mistake in measuring the angles of the triangle.
- (B) J made a mistake in logical reasoning.
- (C) J has a wrong idea of what is meant by "true."
- (D) J started with different assumptions than those in the usual geometry.
- (E) None of (A)-(D) is correct.

24. Two geometry books define the word rectangle in different ways.
Which is true?

- (A) One of the books has an error.
- (B) One of the definitions is wrong. There cannot be two different definitions for rectangle.
- (C) The rectangles in one of the books must have different properties from those in the other book.
- (D) The rectangles in one of the books must have the same properties as those in the other book.
- (E) The properties of rectangles in the two books might be different.

25. Suppose you have proved statements I and II.

- I. If p , then q .
- II. If s , then not q .

Which statement follows from statements I and II?

- (A) If p , then s .
- (B) If not p , then not q .
- (C) If p or q , then s .
- (D) If s , then not p .
- (E) If not s , then p .

RESPUESTAS A LOS EJERCICIOS DE LA PRUEBA

1) B	23) D
2) D	24) E
3) C	25) D
4) B	
5) E	
6) B	
7) E	
8) A	
9) C	
10) D	
11) C	
12) B	
13) A	
14) A	
15) B	
16) C	
17) C	
18) D	
19) D	
20) A	
21) B	
22) E	

Apéndice B.
Instrumento de medición *Prueba de van Hiele* y clave

Prueba de Geometría de van Hiele*

Direcciones

Favor de no abrir el sobre hasta que se le indique.

Esta prueba contiene 25 preguntas y 15 enunciados. No se espera que usted sepa todo lo que está contenido en esta prueba. Contestará la prueba hasta donde usted pueda.

Cuando se le indique comenzar, usted:

1. Completará la información de la primera parte de la prueba (datos del participante).
2. Leerá cada pregunta de la segunda parte de la prueba cuidadosamente.
3. Decidirá la contestación que usted piense es la correcta. Hay solamente una contestación correcta para cada pregunta. Favor marcar la letra correspondiente a su contestación.
4. Para dibujar o hacer cálculos puede usar la parte de atrás del papel.
5. Leerá cada enunciado de la tercera parte de la prueba cuidadosamente.
6. Hará una marca de cotejo (✓) en la columna de **si**, si usted piensa que el enunciado corresponde a la metodología según la teoría de los niveles de van Hiele. Si usted piensa que el enunciado no corresponde a la metodología según la teoría de los niveles de van Hiele hará una marca de cotejo (✓) en la columna de **no**.
7. Si desea cambiar una contestación, favor de borrar completamente la primera contestación.
8. Si necesita otro lápiz, favor de levantar la mano.
9. Tendrá 60 minutos para contestar esta prueba.

Instrumento de medición

Prueba de Geometría de van Hiele

I. Datos del participante

Edad: _____ 21 años o más

_____ Menos de 21 años

1. Nivel escolar:

_____ Elemental (K-3)

_____ Elemental (4-6)

_____ Secundario

II. Razonamiento geométrico

2. ¿Cuáles de éstos son cuadrados?

- a. K solamente
- b. L solamente
- c. M solamente
- d. L y M solamente
- e. Todos son cuadrados



K

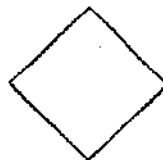


L



M

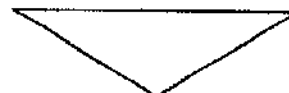
3. ¿Cuáles de éstos son triángulos?



U



V



W

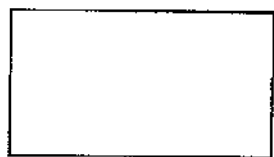


X

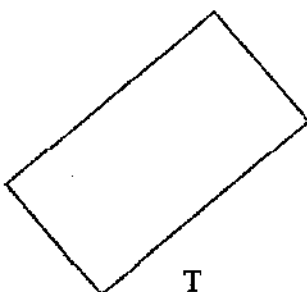
- a. Ninguno de éstos son triángulos
- b. V solamente
- c. W solamente
- d. W y X solamente
- e. V y W solamente

4. ¿Cuáles de éstos son rectángulos?

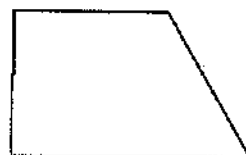
- a. S solamente
- b. T solamente
- c. S y T solamente
- d. S y U solamente
- e. Todos son rectángulos



S



T



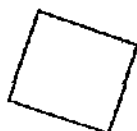
U

5. ¿Cuáles de éstos son cuadrados?

- a. Ninguno de éstos son cuadrados
- b. G solamente
- c. F y G solamente
- d. G e I solamente
- e. Todos son cuadrados



F



G



H



I

6. ¿Cuáles de éstos son paralelogramos?

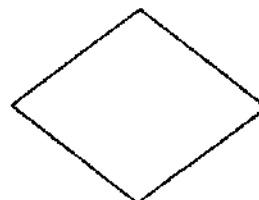
- a. J solamente
- b. L solamente
- c. J y M solamente
- d. Ninguno de éstos son paralelogramos
- e. Todos son paralelogramos



J



M

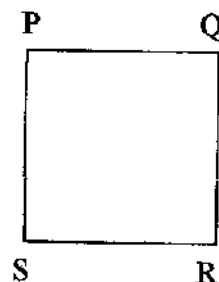


L

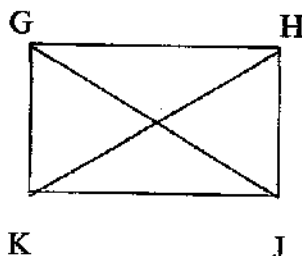
7. PQRS es un cuadrado.

¿Cuál relación es cierta en todos los cuadrados?

- a. $\overline{PR}$ y $\overline{RS}$ tienen la misma longitud.
- b. $\overline{QS}$ y $\overline{PR}$ son perpendiculares.
- c. $\overline{PS}$ y $\overline{QR}$ son perpendiculares.
- d. $\overline{PS}$ y $\overline{QS}$ tienen la misma longitud.
- e. Ángulo Q es mayor que ángulo R.



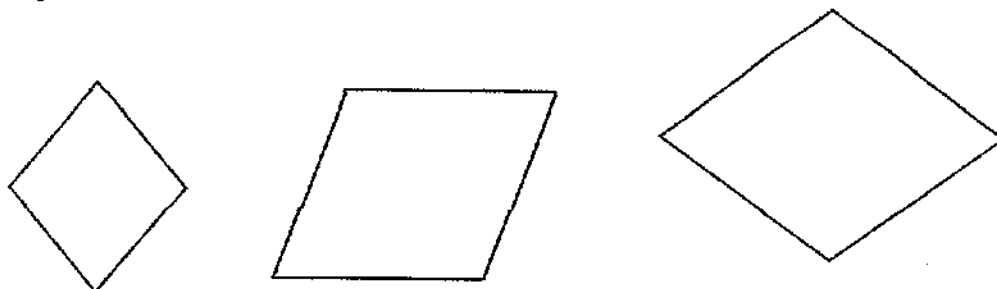
8. En el rectángulo GHJK, GJ y HK son las diagonales.



¿Cuál de las siguientes (a) – (d) no es cierta en todos los rectángulos?

- a. Tienen cuatro ángulos rectos.
- b. Tienen *cuatro lados*.
- c. Las diagonales tienen la misma longitud.
- d. Los lados opuestos tienen la misma longitud.
- e. Todas las anteriores son ciertas en todos los rectángulos.

9. Un rombo es una figura de 4 lados con todos los lados de la misma longitud. Aquí hay tres ejemplos:

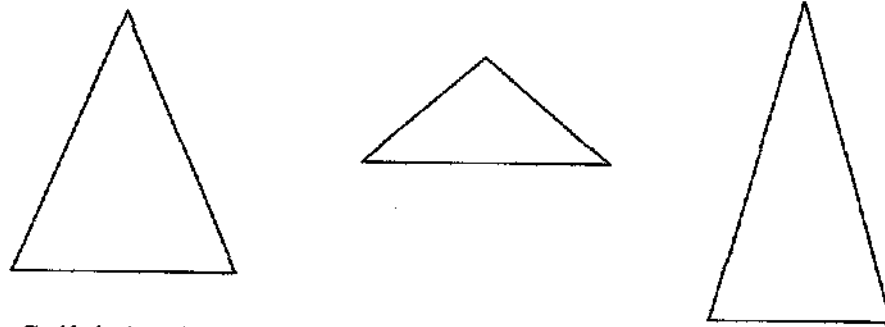


¿Cuáles de las siguientes (a) – (d) no es cierta en todos los rombos?

- a. Las dos diagonales tienen la misma longitud.
- b. Cada diagonal *biseca dos ángulos del rombo*.
- c. Las dos diagonales son perpendiculares.
- d. Los ángulos opuestos tienen la misma medida.
- e. Todas las anteriores (a) – (d) son ciertas en todos los rombos.

Usado con permiso de la Universidad de Chicago. Copyright 1980.

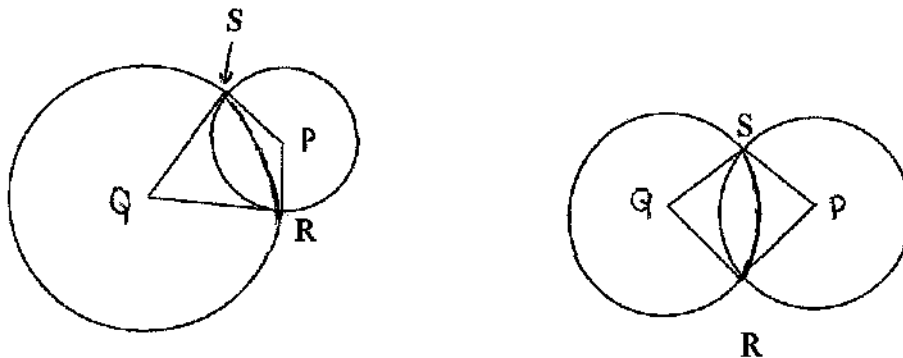
10. Un triángulo isósceles es un triángulo con dos lados de igual longitud. Aquí hay tres ejemplos:



¿Cuál de las siguientes (a) – (d) es cierta en todos los triángulos isósceles?

- a. Los tres lados deben tener la misma longitud.
- b. Un lado debe tener el doble de longitud de otro lado.
- c. Debe haber al menos dos ángulos con la misma medida.
- d. Los tres ángulos deben tener la misma medida.
- e. Ninguna de las anteriores (a) – (d) es cierta en todos los triángulos isósceles

11. Dos círculos con centros P y Q se intersecan en R y S para formar una figura de 4 lados, PRQS. Aquí hay dos ejemplos.



¿Cuál de las siguientes (a) – (d) no siempre es cierta?

- a. PQRS siempre tendrá dos pares de lados de igual longitud.
- b. PQRS siempre tendrá al menos dos ángulos de igual medida.
- c. Los segmentos $\overline{PQ}$ y $\overline{RS}$ siempre serán perpendiculares.
- d. Ángulos P y Q siempre tendrán la misma medida.
- e. Todas las anteriores (a) – (d) son ciertas

12. Aquí hay dos enunciados:

Enunciado 1: La figura F es un rectángulo.

Enunciado 2: La figura F es un triángulo.

¿Cuál es la correcta?

- a. Si la 1 es cierto, entonces la 2 es cierto.
- b. Si la 1 es falso, entonces la 2 es cierto.
- c. 1 y 2 no pueden ser ambos ciertos.
- d. 1 y 2 no pueden ser ambos falsos.
- e. Ninguna de las anteriores (a) - (d) es correcta.

13. Aquí hay dos enunciados:

Enunciado S: Triángulo ABC tiene tres lados de igual longitud.

Enunciado T: En el triángulo ABC, ángulo B y ángulo C tienen la misma medida.

¿Cuál es la correcta?

- a. Los enunciados S y T no pueden ser ambos ciertos.
- b. Si S es cierto, entonces T es cierto.
- c. Si T es cierto, entonces S es cierto.
- d. Si S es falso, entonces T es falso.
- e. Ninguna de las anteriores (a) - (d) es correcta.

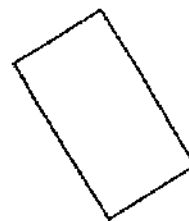
14. ¿Cuáles de los siguientes pueden ser llamados rectángulos?



P



Q



R

- a. Todos
- b. Q solamente
- c. R solamente
- d. P y Q solamente
- e. Q y R solamente

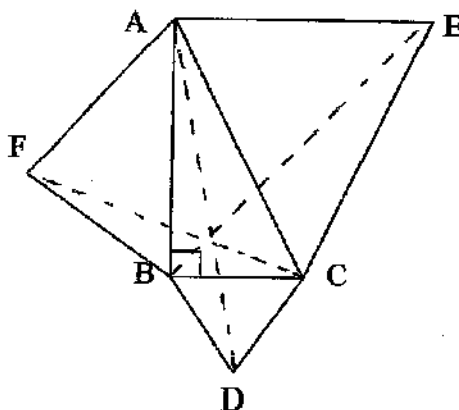
15. ¿Cuál de las siguientes es cierta?

- a. Todas las propiedades de los rectángulos son propiedades de todos los cuadrados.
- b. Todas las propiedades de los cuadrados son propiedades de todos los rectángulos.
- c. Todas las propiedades de los rectángulos son propiedades de todos los paralelogramos.
- d. Todas las propiedades de los cuadrados son propiedades de todos los paralelogramos.
- e. Ninguna de las anteriores (a) – (d) es cierta.

16. ¿Qué tienen todos los rectángulos que algunos paralelogramos no tienen?

- a. lados opuestos iguales
- b. diagonales iguales.
- c. lados opuestos paralelos.
- d. ángulos opuestos iguales.
- e. ninguna de las anteriores (a) – (d).

17. Aquí hay un triángulo recto ABC. Los triángulos equiláteros ACE, ABF y BCD han sido construidos en los lados de ABC.



De ésta información, se puede probar que $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ y $\overline{CF}$ tienen un punto en común. ¿Qué te diría a ti esta prueba?

- a. Solamente en este triángulo dibujado podemos estar seguros que $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ y $\overline{CF}$ tienen un punto en común.
- b. En algunos, pero no en todos los triángulos rectos, $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ y $\overline{CF}$ tienen un punto en común.
- c. En cualquier triángulo recto, $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ y $\overline{CF}$ tienen un punto en común.
- d. En cualquier triángulo, $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ y $\overline{CF}$ tienen un punto en común.
- e. En cualquier triángulo equilátero, $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ y $\overline{CF}$ tienen un punto en común.

Usado con permiso de la Universidad de Chicago. Copyright 1980.

18. Aquí hay tres propiedades de una figura:

Propiedad D: Esta tiene diagonales de igual longitud.

Propiedad S: Es un cuadrado.

Propiedad R: Es un rectángulo.

¿Cuál de las siguientes es cierta?

- a. D implica S la cual implica R.
- b. D implica R la cual implica S.
- c. S implica R la cual implica D.
- d. R implica D la cual implica S.
- e. R implica S la cual implica D.

19. Aquí hay dos enunciados:

I. Si una figura es un rectángulo, entonces sus diagonales se bisecan una a la otra.

II. Si las diagonales de una figura se bisecan una a la otra, la figura es un rectángulo.

¿Cuál de las siguientes es cierta?

- a. Para probar que I es cierta, es suficiente probar que II es cierta.
- b. Para probar que II es cierta, es suficiente probar que I es cierta.
- c. Para probar que II es cierta, es suficiente encontrar un rectángulo cuyas diagonales se bisecan una a la otra.
- d. Para probar que II es falsa, es suficiente encontrar una figura que no sea un rectángulo cuyas diagonales se bisecan una a la otra.
- e. Ninguna de las anteriores (a) – (d) es correcta.

20. En Geometría:

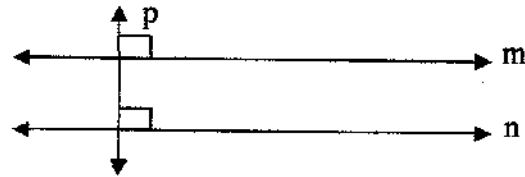
- a. Cada término puede ser definido y cada enunciado verdadero puede ser probado como cierto.
- b. Cada término puede ser definido pero es necesario asumir que ciertos enunciados son verdaderos.
- c. Algunos términos pueden quedarse indefinidos pero cada enunciado verdadero puede ser probado como cierto.
- d. Algunos términos pueden quedarse indefinidos y es necesario tener algunos enunciados los cuales se asume que son ciertos.
- e. Ninguna de las anteriores (a) – (d) es correcta.

21. Examine estos tres enunciados:

- (1) Dos rectas perpendiculares a la misma recta son paralelas.
- (2) Una recta que es perpendicular a una de dos rectas paralelas es perpendicular a la otra.
- (3) Si dos rectas están equidistantes, entonces éstas son paralelas.

En la figura abajo, está dado que las rectas m y p son perpendiculares y las rectas n y p son perpendiculares. ¿Cuál de los enunciados de arriba podría ser la razón para que la recta m sea paralela a la recta n ?

- a. La (1) solamente
- b. La (2) solamente
- c. La (3) solamente
- d. La (1) ó la (2)
- e. La (2) ó la (3)



22. En la Geometría-F, una que es diferente a la Geometría a la cual estás acostumbrado(a), hay exactamente cuatro puntos y seis rectas. Cada recta contiene exactamente dos puntos. Si los puntos son P , Q , R y S , las rectas son $\{P, Q\}$, $\{P, R\}$, $\{P, S\}$, $\{Q, R\}$, $\{Q, S\}$ y $\{R, S\}$



A continuación se cómo las palabras “intersecar” y “paralela” son usadas en la Geometría-F. Las rectas $\{P, Q\}$ y $\{P, R\}$ se intersecan en P porque $\{P, Q\}$ y $\{P, R\}$ tienen a P en común. Las rectas $\{P, Q\}$ y $\{R, S\}$ son paralelas porque éstas no tienen puntos en común.

De esta información, ¿Cuál es la respuesta correcta?

- a. $\{P, R\}$ y $\{Q, S\}$ se intersecan.
- b. $\{P, R\}$ y $\{Q, S\}$ son paralelas
- c. $\{Q, R\}$ y $\{R, S\}$ son paralelas.
- d. $\{P, S\}$ y $\{Q, R\}$ se intersecan.
- e. Ninguna de las anteriores (a) – (d) es correcta.

23. Trisecar un ángulo significa dividir el ángulo en tres partes de igual medida. En 1847, P.L. Wantzel probó que, en general, es imposible trisecar ángulos usando solamente un compás y una regla sin marcas. De esta prueba, ¿qué puedes concluir?

- a. En general, es imposible bisecar ángulos usando solamente un compás y una regla sin marcas.
- b. En general, es imposible trisecar ángulos usando solamente un compás y una regla marcada.
- c. En general, es imposible trisecar ángulos usando cualquier instrumento para dibujar.
- d. Todavía es posible que en el futuro alguien encuentre una forma general para trisecar ángulos usando solamente un compás y una regla sin marcas.
- e. Nadie podrá ser capaz de encontrar un método general para trisecar ángulos usando solamente un compás y una regla sin marcas.

24. Existe una Geometría inventada por un matemático J donde lo siguiente es cierto:

La suma de las medidas de los ángulos de un triángulo es menor que 180° .

¿Cuál de las siguientes es correcta?

- a. J cometió un error en la medición de los ángulos del triángulo.
- b. J cometió un error en el razonamiento lógico.
- c. J tiene una idea errónea de lo que significa "verdadero".
- d. J comenzó con diferentes suposiciones de aquellas que son usuales en la Geometría.
- e. Ninguna de las anteriores (a) – (d) es correcta.

25. Dos libros de Geometría definen la palabra rectángulo de diferentes maneras.

¿Cuál de las siguientes es verdadera?

- a. Uno de los libros tiene un error.
- b. Una de las definiciones es incorrecta. No puede haber dos definiciones diferentes para rectángulo.
- c. Los rectángulos en uno de los libros deben tener propiedades diferentes de aquellas que están en el otro libro.
- d. Los rectángulos en uno de los libros deben tener las mismas propiedades que aquellas que están en el otro libro.
- e. Las propiedades de los rectángulos en los dos libros deben ser diferentes.

26. Supongamos que has probado los enunciados I y II.

I. Si p, entonces q.

II. Si s, entonces no q.

¿Qué enunciado prosigue a los enunciados I y II?

- a. Si p, entonces s.
- b. Si no p, entonces no q.
- c. Si p o q, entonces s.
- d. Si s, entonces no p.
- e. Si no s, entonces p.

Usado con permiso de la Universidad de Chicago. Copyright 1980.

III. Metodología en Geometría

Lea cada enunciado cuidadosamente. Hará una marca de cotejo ($\checkmark$) en la columna de **Sí**, si piensa que el enunciado corresponde a la metodología según la teoría de los niveles de van Hiele. Hará una marca de cotejo ($\checkmark$) en la columna de **No**, si piensa que el enunciado **no** corresponde a la metodología según la teoría de los niveles de van Hiele.

Enunciado	Sí	No
27. El maestro le presenta al estudiante algunos cubos de diferentes tamaños para que indique cuantas regularidades perciben a través de estos.		
28. El maestro le permite al estudiante desarrollar el conocimiento de las formas geométricas a través de la manipulación de objetos materiales.		
29. El maestro le presenta al estudiante el origami (doblado de papel) para que este pueda elaborar figuras geométricas.		
30. El maestro le presenta al estudiante actividades que involucran el recorte con tijeras de figuras geométricas.		
31. El maestro le permite al estudiante diseñar las actividades a ser trabajadas en la sala de clases.		
32. El maestro permite al estudiante desarrollar una percepción más consciente del sentido geométrico.		
33. El maestro le permite al estudiante expresar en palabras los resultados del proceso de manipulación de objetos materiales.		

34. El maestro introduce en las clases de Geometría la terminología técnica necesaria.		
35. El maestro le enseña al estudiante a identificar la lógica que pueda tener un razonamiento geométrico.		
36. El maestro le permite al estudiante realizar pruebas geométricas de de dos columnas por sí solo.		
37. El maestro le permite al estudiante llevar a cabo la manipulación de objetos en orden para que este pueda obtener los resultados deseados.		
38. El maestro realiza actividades en la sala de clases que aludan a la habilidad de inventar del estudiante.		
39. El maestro le permite al estudiante manejar las figuras geométricas para que sea capaz de verlas en la totalidad de sus propiedades.		
40. El maestro diseña problemas basados en la experiencia personal, situación real o que reflejan una situación real en conexión con las experiencias previas del estudiante.		
41. El maestro le asigna al estudiante una tarea para que pueda aplicar los principios geométricos y el vocabulario geométrico.		

RESPUESTAS A LOS EJERCICIOS DE LA PRUEBA

2) B	24) D
3) D	25) E
4) C	26) D
5) B	27) SI
6) E	28) SI
7) B	29) NO
8) E	30) SI
9) A	31) NO
10) C	32) SI
11) D	33) SI
12) C	34) SI
13) B	35) NO
14) A	36) NO
15) A	37) SI
16) B	38) SI
17) C	39) SI
18) C	40) NO
19) D	41) SI
20) D	
21) A	
22) B	
23) E	

Apéndice C.

**Autorización de los Rectores de la Universidad Interamericana de Puerto Rico,
Recintos de Barranquitas, Metropolitano y Ponce participantes del Programa MSP**



UNIVERSIDAD INTERAMERICANA DE PUERTO RICO
Recinto de Barranquitas

26 de octubre de 2017

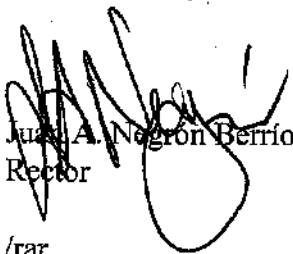
SR. PEDRO J. ROSA DE JESÚS
ESTUDIANTE DOCTORAL
RECINTO DE SAN GERMÁN

ENDOSO PARA COLABORACIÓN EN ESTUDIO DE INVESTIGACIÓN

El Recinto de Barranquitas de la Universidad Interamericana de Puerto Rico endosa y está en la mejor disposición de colaborar en la investigación con el título: *"Nivel de razonamiento geométrico y dominio metodológico de las etapas según la teoría de los niveles de van Hiele (1984) y van Hiele-Geldof (1957), de maestros de matemáticas según el nivel escolar"*, que usted realizará, siempre y cuando cuente con la autorización de la Junta de Revisión Institucional de esta Institución.

Se requerirá que presente la evidencia de la aprobación de la Junta de la UIPR al momento de llevarse a cabo el estudio. Este se coordinará con la Dra. Rosa C. Rodríguez Morales, Directora del Proyecto DPMCCM en el Recinto.

De requerir alguna información adicional, puede contactarme al 787-857-3600 ext. 2001.


Juan A. Negrón Berrios, Ph. D.
Rector

/rar



Universidad Interamericana de Puerto Rico
Recinto Metropolitano
Oficina de la Rectora

31 de octubre de 2017

Sr. Pedro J. Rosa De Jesús
Recinto de San Germán

Estimado señor Rosa:

Autorizo a que pueda realizar su investigación en el Proyecto Linus MSP de la Universidad Interamericana de Puerto Rico participe en su investigación sobre: *El nivel de razonamiento geométrico y el dominio metodológico que tienen los maestros de matemáticas, según los niveles de la teoría de van Hiele (1984) y van Hiele-Geldof (1957).*

La participación es de carácter voluntario y está sujeta a los protocolos aprobados por la Junta de Revisión Institucional (IRB) de la Universidad Interamericana de Puerto Rico. Como parte del protocolo de esta autorización, se requiere que, al finalizar su estudio, entregue copia de la publicación de esta investigación a la Rectoría del Recinto Metropolitano. Le deseo mucho éxito.

Cordialmente,

Marilina Wayland
Rectora

UNIVERSIDAD INTERAMERICANA DE PUERTO RICO
RECINTO DE SAN GERMÁN
FACULTAD DE EDUCACIÓN
PROGRAMA DOCTORAL EN EDUCACIÓN

DOCUMENTO DE COMPROMISO Y AUTORIZACIÓN POR LAS
AUTORIDADES UNIVERSITARIAS

Por la presente yo, Dra. Vilma E. Colón Acosta en mi calidad
de Rectora de la
Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recinto de Ponce

☒ autorizo ☐ no autorizo

a que, de ser aprobado el protocolo del IRB por la Junta de Revisión de la Universidad Interamericana de Puerto Rico, se efectúe el estudio titulado: *Nivel de razonamiento geométrico y dominio metodológico de las etapas según la teoría de los niveles de van Hiele (1984) y van Hiele-Geldolf (1957), de maestros de Matemáticas según el nivel escolar*, el cual va a realizar Pedro J. Rosa De Jesús como estudiante doctoral de la Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recinto San Germán. La participación de los maestros adscritos al Programa de Ciencias y Matemáticas (Programa MSP) es completamente voluntaria y lo que se requiere es contestar una Prueba de Geometría. En todo momento la identidad de los participantes será protegida y se garantizará la confidencialidad de los datos obtenidos.

Vilma E. Colón
Firma

20-10-17
Fecha

Apéndice D.
Hoja informativa incluida en el instrumento de medición *Prueba de Geometría de van Hiele*



Universidad Interamericana de Puerto Rico

Recinto de San Germán
Centro de Estudios Graduados

Estimado/a maestro/a:

Soy Pedro J. Rosa De Jesús, estudiante doctoral en Educación del Recinto de San Germán de la Universidad Interamericana de Puerto Rico. Durante el semestre pasado comencé mi disertación doctoral en el área de Enseñanza de Matemáticas. En la misma planifiqué estudiar el nivel de razonamiento geométrico y el dominio metodológico que tienen los maestros de Matemáticas, según los niveles de la teoría de van Hiele (1984) y van Hiele-Geldolf (1957).

El propósito de este estudio es determinar y relacionar el nivel de razonamiento geométrico y el dominio metodológico de los niveles según van Hiele (1984) y van Hiele-Geldolf (1957), por maestros de Matemáticas, y diferenciarlos según el nivel escolar o de enseñanza. De esta manera se pretende optimizar el rendimiento académico de los estudiantes en la materia de la Geometría y crear conciencia en los maestros sobre la manera en que se enseña la Geometría.

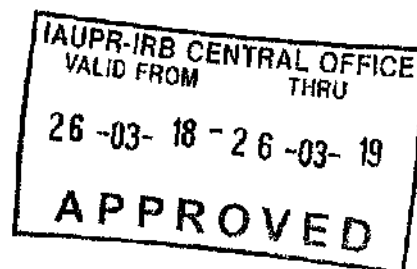
Por esta razón, solicito su cooperación para realizar la Prueba de Geometría de van Hiele. Esta contiene tres partes: a) nivel escolar del participante, b) reactivos acerca del nivel de razonamiento geométrico, según la teoría de los niveles de van Hiele (1984) y van Hiele-Geldolf (1957), y c) reactivos sobre el nivel metodológico, según la teoría de los niveles de van Hiele (1984) y van Hiele-Geldolf (1957). Su participación en esta investigación será anónima y no habrá necesidad de identificarse, excepto por el nivel de enseñanza. Los datos obtenidos en la investigación se mantendrán en estricta confidencialidad. Al completar la prueba y depositarla en el buzón que se provee usted está accediendo a participar del proceso de investigación. Si no desea participar, no tiene que completar la prueba, ni entregarla.

Durante la administración de la prueba, puede merendar, levantarse de su asiento, estirarse y descansar brevemente si lo entiende necesario. Realizará la prueba de Geometría hasta donde usted pueda. Por favor, sea lo más honesto/a posible. Agradeceré su colaboración para la realización de esta investigación.

Cordialmente,

Pedro J. Rosa De Jesús

Pedro J. Rosa De Jesús
Candidato a Doctorado en Educación



Apéndice E.
Certificaciones del curso aprobado en el CITI

COLLABORATIVE INSTITUTIONAL TRAINING INITIATIVE (CITI PROGRAM)

COMPLETION REPORT - PART 1 OF 2

COURSEWORK REQUIREMENTS*

*NOTE: Scores on this Requirements Report reflect quiz completions at the time all requirements for the course were met. See list below for details. See separate Transcript Report for more recent quiz scores, including those on optional (supplemental) course elements.

• **Name:** Pedro Rosa (ID: 4175489)
• **Institution Affiliation:** Inter American University of Puerto Rico (ID: 1370)
• **Institution Email:** www.inter.edu
• **Institution Unit:** San German Campus
• **Phone:** 787-264-1912

• **Curriculum Group:** (SBR)
• **Course Learner Group:** Same as Curriculum Group
• **Stage:** Stage 1 - Basic Course

• **Record ID:** 22429929
• **Completion Date:** 01-Jun-2017
• **Expiration Date:** 31-May-2020
• **Minimum Passing:** 75
• **Reported Score*:** 96

REQUIRED AND ELECTIVE MODULES ONLY

	DATE COMPLETED	SCORE
Belmont Report and CITI Course Introduction (ID: 1127)	01-Jun-2017	3/3 (100%)
Students in Research (ID: 1321)	01-Jun-2017	5/5 (100%)
Defining Research with Human Subjects - SBE (ID: 491)	01-Jun-2017	5/5 (100%)
The Federal Regulations - SBE (ID: 502)	01-Jun-2017	5/5 (100%)
Assessing Risk - SBE (ID: 503)	01-Jun-2017	5/5 (100%)
Informed Consent - SBE (ID: 504)	01-Jun-2017	5/5 (100%)
Privacy and Confidentiality - SBE (ID: 505)	01-Jun-2017	5/5 (100%)
Research with Children - SBE (ID: 507)	01-Jun-2017	5/5 (100%)
Inter American University of Puerto Rico (ID: 12851)	01-Jun-2017	No Quiz
Records-Based Research (ID: 5)	01-Jun-2017	3/3 (100%)
Research in Public Elementary and Secondary Schools - SBE (ID: 508)	01-Jun-2017	5/5 (100%)
Conflicts of Interest in Research Involving Human Subjects (ID: 488)	01-Jun-2017	3/5 (60%)

For this Report to be valid, the learner identified above must have had a valid affiliation with the CITI Program subscribing institution identified above or have been a paid Independent Learner.

Verify at: www.citiprogram.org/verify/?kcd0f7ea5-6720-4c70-ae45-1f2f9d7bdh1d-22429929

Collaborative Institutional Training Initiative (CITI Program)

Email: support@citiprogram.org

Phone: 888-529-5929

Web: <https://www.citiprogram.org>

COLLABORATIVE INSTITUTIONAL TRAINING INITIATIVE (CITI PROGRAM)

COMPLETION REPORT - PART 2 OF 2

COURSEWORK TRANSCRIPT**

** NOTE: Scores on this Transcript Report reflect the most current quiz completions, including quizzes on optional (supplemental) elements of the course. See list below for details. See separate Requirements Report for the reported scores at the time all requirements for the course were met.

- **Name:** Pedro Rosa (ID: 4175489)
- **Institution Affiliation:** Inter American University of Puerto Rico (ID: 1370)
- **Institution Email:** www.inter.edu
- **Institution Unit:** San German Campus
- **Phone:** 767-264-1912
- **Curriculum Group:** (SBR)
- **Course Learner Group:** Same as Curriculum Group
- **Stage:** Stage 1 - Basic Course
- **Record ID:** 22429929
- **Report Date:** 04-Jun-2017
- **Current Score**:** 96

REQUIRED, ELECTIVE AND SUPPLEMENTAL MODULES

	MOST RECENT	SCORE
Students in Research (ID: 1321)	01-Jun-2017	5/5 (100%)
Defining Research with Human Subjects - SBE (ID: 491)	01-Jun-2017	5/5 (100%)
Belmont Report and CITI Course Introduction (ID: 1127)	01-Jun-2017	3/3 (100%)
Records-Based Research (ID: 5)	01-Jun-2017	3/3 (100%)
The Federal Regulations - SBE (ID: 502)	01-Jun-2017	5/5 (100%)
Assessing Risk - SBE (ID: 503)	01-Jun-2017	5/5 (100%)
Informed Consent - SBE (ID: 504)	01-Jun-2017	5/5 (100%)
Privacy and Confidentiality - SBE (ID: 505)	01-Jun-2017	5/5 (100%)
Research with Children - SBE (ID: 507)	01-Jun-2017	5/5 (100%)
Research in Public Elementary and Secondary Schools - SBE (ID: 508)	01-Jun-2017	5/5 (100%)
Internet-Based Research - SBE (ID: 510)	25-May-2014	Quiz Not Taken
Conflicts of Interest in Research Involving Human Subjects (ID: 488)	01-Jun-2017	3/5 (60%)
Inter American University of Puerto Rico (ID: 12851)	01-Jun-2017	No Quiz

For this Report to be valid, the learner identified above must have had a valid affiliation with the CITI Program subscribing Institution identified above or have been a paid Independent Learner.

Verify at: www.citiprogram.org/verify/2kd0f7ea5-6720-4c70-a945-1f2f9d7bdb1d-22429929

Collaborative Institutional Training Initiative (CITI Program)

Email: support@citiprogram.org

Phone: 888-529-5929

Web: <https://www.citiprogram.org>

COLLABORATIVE INSTITUTIONAL TRAINING INITIATIVE (CITI PROGRAM)

COMPLETION REPORT - PART 1 OF 2

COURSEWORK REQUIREMENTS*

* NOTE: Scores on this Requirements Report reflect quiz completions at the time all requirements for the course were met. See list below for details. See separate Transcript Report for more recent quiz scores, including those on optional (supplemental) course elements.

- **Name:** Pedro Rosa (ID: 4175489)
- **Institution Affiliation:** Inter American University of Puerto Rico (ID: 1370)
- **Institution Email:** www.inter.edu
- **Institution Unit:** San German Campus
- **Phone:** 787-264-1912
- **Curriculum Group:** (ER)
- **Course Learner Group:** Same as Curriculum Group
- **Stage:** Stage 1 - Basic Course
- **Record ID:** 22429930
- **Completion Date:** 01-Jun-2017
- **Expiration Date:** 31-May-2020
- **Minimum Passing:** 75
- **Reported Score*:** 97

REQUIRED AND ELECTIVE MODULES ONLY

	DATE COMPLETED	SCORE
Belmont Report and CITI Course Introduction (ID: 1127)	01-Jun-2017	3/3 (100%)
Students in Research (ID: 1321)	01-Jun-2017	5/5 (100%)
History and Ethics of Human Subjects Research (ID: 498)	01-Jun-2017	7/7 (100%)
Defining Research with Human Subjects - SBE (ID: 491)	01-Jun-2017	5/5 (100%)
The Federal Regulations - SBE (ID: 502)	01-Jun-2017	5/5 (100%)
Assessing Risk - SBE (ID: 503)	01-Jun-2017	5/5 (100%)
Informed Consent - SBE (ID: 504)	01-Jun-2017	5/5 (100%)
Privacy and Confidentiality - SBE (ID: 505)	01-Jun-2017	5/5 (100%)
Research with Children - SBE (ID: 507)	01-Jun-2017	5/5 (100%)
Research in Public Elementary and Secondary Schools - SBE (ID: 508)	01-Jun-2017	5/5 (100%)
Inter American University of Puerto Rico (ID: 12851)	01-Jun-2017	No Quiz
Records-Based Research (ID: 5)	01-Jun-2017	3/3 (100%)
Conflicts of Interest in Research Involving Human Subjects (ID: 488)	01-Jun-2017	3/5 (60%)

For this Report to be valid, the learner identified above must have had a valid affiliation with the CITI Program subscribing institution identified above or have been a paid Independent Learner.

Verify at: www.citiprogram.org/verify/7k8abe7af4-f379-4e3e-aa1a-aae9557c2cb5-22429930

Collaborative Institutional Training Initiative (CITI Program)

Email: support@citiprogram.org

Phone: 888-529-5929

Web: <https://www.citiprogram.org>

COLLABORATIVE INSTITUTIONAL TRAINING INITIATIVE (CITI PROGRAM)

COMPLETION REPORT - PART 2 OF 2 COURSEWORK TRANSCRIPT**

** NOTE: Scores on this Transcript Report reflect the most current quiz completions, including quizzes on optional (supplemental) elements of the course. See list below for details. See separate Requirements Report for the reported scores at the time all requirements for the course were met.

• **Name:** Pedro Rosa (ID: 4175489)
• **Institution Affiliation:** Inter American University of Puerto Rico (ID: 1370)
• **Institution Email:** www.inter.edu
• **Institution Unit:** San German Campus
• **Phone:** 787-264-1912

• **Curriculum Group:** (ER)
• **Course Learner Group:** Same as Curriculum Group
• **Stage:** Stage 1 - Basic Course

• **Record ID:** 22429930
• **Report Date:** 04-Jun-2017
• **Current Score**:** 97

REQUIRED, ELECTIVE, AND SUPPLEMENTAL MODULES

	MOST RECENT	SCORE
History and Ethics of Human Subjects Research (ID: 498)	01-Jun-2017	7/7 (100%)
Students in Research (ID: 1321)	01-Jun-2017	5/5 (100%)
Defining Research with Human Subjects - SBE (ID: 491)	01-Jun-2017	5/5 (100%)
Belmont Report and CITI Course Introduction (ID: 1127)	01-Jun-2017	3/3 (100%)
Records-Based Research (ID: 5)	01-Jun-2017	3/3 (100%)
The Federal Regulations - SBE (ID: 502)	01-Jun-2017	5/5 (100%)
Assessing Risk - SBE (ID: 503)	01-Jun-2017	5/5 (100%)
Informed Consent - SBE (ID: 504)	01-Jun-2017	5/5 (100%)
Privacy and Confidentiality - SBE (ID: 505)	01-Jun-2017	5/5 (100%)
Research with Children - SBE (ID: 507)	01-Jun-2017	5/5 (100%)
Research in Public Elementary and Secondary Schools - SBE (ID: 508)	01-Jun-2017	5/5 (100%)
Internet-Based Research - SBE (ID: 510)	25-May-2014	Quiz Not Taken
Conflicts of Interest in Research Involving Human Subjects (ID: 488)	01-Jun-2017	3/5 (60%)
Inter American University of Puerto Rico (ID: 12651)	01-Jun-2017	No Quiz

For this Report to be valid, the learner identified above must have had a valid affiliation with the CITI Program subscribing institution identified above or have been a paid Independent Learner.

Verify at: www.citiprogram.org/verify/?k8abe7af4-f379-4e3e-aa1a-aae9557c2cb5-22429930

Collaborative Institutional Training Initiative (CITI Program)

Email: support@citiprogram.org

Phone: 888-529-5929

Web: <https://www.citiprogram.org>

Apéndice F.
**Protocolo de la Universidad Interamericana de Puerto Rico para casos de
emergencia por desastres naturales o de otra índole**



Universidad Interamericana de Puerto Rico

GUÍAS Y NORMAS PARA LA PREPARACIÓN DE PLANES DE CONTINGENCIA PARA CASOS DE EMERGENCIA POR DESASTRES NATURALES O DE OTRA ÍNDOLE

DOCUMENTO NORMATIVO G-0610-033

Introducción

Las situaciones de emergencia por desastres naturales, tales como terremotos e inundaciones, o de otra índole, como en conflictos bélicos y actos de terrorismo, pueden ocurrir en cualquier época del año o en temporadas anuales, como huracanes y tormentas. Por consiguiente, es necesario mantenerse preparado para este tipo de eventualidad.

El modo más efectivo de reducir al mínimo el peligro de posibles daños a la propiedad y a las personas es concienciando a la comunidad universitaria por adelantado de los planes de contingencia. En estas guías se destaca la importancia de realizar preparativos periódicos preventivos como parte de los planes de contingencia.

Todo plan de contingencia requiere la formación y estructuración de grupos reducidos de personas encargadas de realizar determinadas funciones, como por ejemplo: la extinción de incendios, la prestación de primeros auxilios, la remoción de escombros y la normalización de las funciones. Aún en los casos en que se disponga de ayuda exterior, la existencia de un plan propio constituye la mejor garantía de que las pérdidas se mantengan dentro de un margen razonable.

La Universidad necesita elaborar distintos planes para atender las diferentes clases de emergencias. Aunque algunos aspectos básicos pueden ser comunes a todas las situaciones que surjan, un mismo plan no puede ser indistintamente aplicado en su totalidad a cada una. Los planes de emergencia deben considerar las posibles variantes, incluso que los desastres puedan ocurrir cuando hay poco personal o ninguno para hacer frente a la situación, o cuando se aglutina el mayor número de personas en los terrenos de las unidades. Este documento presenta las guías para la organización básica de planes de contingencia, así como aspectos a considerar en ellos para los diferentes tipos de emergencias y en la implantación del manejo de las mismas.

Oficina del Presidente

Índice

I.	Base legal.....	1
II.	Propósito.....	1
III.	Alcance.....	1
IV.	Definiciones.....	1
V.	Disposiciones generales.....	3
	A. Plan de Contingencia.....	3
	B. Contenido del Plan de Contingencia.....	3
VI.	Implantación del Plan de Contingencia.....	8
	A. Identificación de Riesgos que puedan afectar las unidades académicas...	8
	B. Asignación de responsabilidades.....	10
	C. Sistema de alerta.....	11
	D. Plan de cierre y desalojo.....	11
VII.	Acciones que deben tomarse ante huracanes, tormentas e inundaciones.....	11
	A. Medidas preventivas.....	11
	B. Boletines y medidas a tomarse.....	12
VIII.	Medidas que deben tomarse en caso de terremoto.....	16
	A. Medidas básicas de preparación contra terremotos.....	16
	B. Recomendaciones a incluir en material para informar a la comunidad.....	17
	C. Medidas que deben tomarse después de un terremoto.....	18
	D. Maremoto (Tsunami).....	19
IX.	Escapes de gas e incendios.....	20
	A. Escapes de Gases Peligrosos (Flamables).....	20
	B. Medidas Preventivas y Desalojo en caso de incendio.....	21
X.	Acciones que deben tomarse ante actos de terrorismo.....	22
	A. Preparativos generales.....	22
	B. Medidas que deben tomarse cuando ocurran amenaza de bomba.....	22
	C. Evento de explosión.....	25
	D. Ataque químico o biológico.....	26
	E. Ataque nuclear y radiológico.....	28
	F. Emergencias de Salud Pública.....	30
XI.	Separabilidad.....	30
XII.	Derogación o enmienda.....	31
XIII.	Vigencia.....	31
XIV.	Aprobación.....	31

Anejos

- A – Modelo para la preparación del Plan de Contingencia para casos de Emergencias o Desastres
- B – Modelo para Procedimiento de Desalojo
- C – Ejercicios (Simulacros)
- D – Sistema Universitario (Organigrama responsabilidad de mando)

I. Base legal

Estas Guías se adoptan en virtud de la autoridad conferida al Presidente de la Universidad por la Junta de Síndicos en los Estatutos de la Universidad. Se apoyan, además, en la reglamentación federal y de Puerto Rico aplicables: Ley de Explosivos de Puerto Rico, *USA Patriot Act*, *Homeland Security Act*, *Public Health Safety and Bioterrorism Preparedness and Response Act*, *Enhanced Border Security*, *Visa Entry Reform Act*, *el Campus Security Act*, la reglamentación del Departamento de Agricultura Federal y la Guía de Preparación de Planes de Emergencia de la AEMEAD (Guía de Revisión), así como la Ley de Seguridad y Salud en el Trabajo de Puerto Rico, entre otras.

II. Propósito

El objetivo fundamental del Plan de Contingencia es organizar y coordinar las actividades de emergencia, para así poder:

1. Proteger vidas humanas (personal, estudiantado, visitantes), reducir al mínimo el daño que las instalaciones físicas, incluyendo laboratorios e investigaciones científicas, el equipo y los documentos de la Universidad puedan sufrir con emergencias de diversas clases, por ejemplo el paso de un huracán o tormenta, un terremoto, fuego, acto terrorista o cualquier otra emergencia y está en armonía con las políticas institucionales de seguridad vigentes.
2. Mantener, durante el período de emergencia, y después de pasada ésta, la mayor comunicación posible entre las unidades operacionales de la Universidad y con la Oficina Central del Sistema.
3. Facilitar la reanudación de las operaciones, lo antes posible, después de la emergencia.

III. Alcance

Estas Guías deberán seguirse en todas las unidades del Sistema Universitario. Los planes de contingencia se activarán en cualquier emergencia, según corresponda a la situación que se presente.

IV. Definiciones

1. Actos de terrorismo – Actos criminales con fines políticos, concebidos y planificados para provocar un estado de terror en la población general, en un grupo de personas, o en personas determinadas. Incluyen amenazas de bombas y bombardeos, uso de armas químicas, biológicas o nucleares.

2. Centro de Operaciones de Emergencias – Lugar designado en cada unidad del Sistema Universitario para ubicar los recursos de coordinación y dirección para la implantación del Plan de contingencias mientras dura la emergencia.
3. Comité de Emergencias – Comité que en cada unidad académica coordinará la implantación del Plan de Contingencias. Conlleva la asignación de responsabilidades específicas a los miembros, antes, durante y después de una emergencia.
4. Emergencia o desastre natural – situación que pone en riesgo la vida y/o propiedad. Puede ser de diversas índoles, desde eventos naturales, tales como huracanes, tormentas o terremotos, hasta ocasionados por el hombre, tales como ataques terroristas, colocación de explosivos, o espontáneos como fuegos, escapes de gas, etc.
5. Ejecutivo Principal – El Rector de cada Recinto, el Decano de la Facultad de Derecho y el Decano de la Escuela de Optometría.
6. Plan de Contingencias – Documento que especifica las medidas a tomarse, tanto preparatorias, como durante y luego de pasada una situación de emergencia, para proteger las vidas humanas y reducir al mínimo el daño a las instalaciones físicas, equipo, materiales y documentos de la Universidad.
7. Presidente – El Presidente de la Universidad Interamericana de Puerto Rico, Inc.
8. Sistema de alerta – Procedimiento para mantener informada a la comunidad universitaria en caso de emergencia.
9. Unidad del Sistema o Unidad Institucional – La Oficina Central, cada uno de los Recintos, la Facultad de Derecho, la Escuela de Optometría y cualquier otra unidad que se establezca en el futuro.
10. Universidad o Institución – La Universidad Interamericana de Puerto Rico, Inc.

V. Disposiciones generales

A. Plan de Contingencia

Los Planes de Contingencia que prepare cada unidad y dependencia deberán seguir las guías que aquí se establecen. Las unidades tomarán las medidas adicionales, que sean necesarias, para atender sus necesidades particulares, por ejemplo, laboratorios donde se estén realizando investigaciones científicas siempre y cuando dichas medidas sean compatibles con lo aquí expuesto.

En los Planes de Contingencia de cada unidad se fijarán los lugares a ser utilizados en caso de emergencia, las medidas específicas a ser tomadas para proteger la vida, propiedad, equipo y materiales y los procedimientos de desalojo. Son importantes, también, las medidas de prevención y las inspecciones periódicas de las instalaciones y terrenos.

Además, deberá conservarse evidencia, escrita o en disco, de las actividades realizadas en cumplimiento con el Plan de Contingencia, para efectos de informes y auditorías.

B. Contenido del Plan de Contingencia

El Plan de Contingencia deberá incluir, entre otros, los siguientes aspectos: orden de sucesión de mando, comité de emergencias, centro de operación de emergencias, grupos de trabajo, primeros auxilios y servicios médicos y procedimientos para canalizar la coordinación con agencias y entidades de ayudas externas. Debe incluir, además, simulacros, planes de cierre y evacuación (desalojo), medios de comunicación interna y externa y medidas de recuperación inmediata. Para facilitar su preparación, a continuación se detallan los contenidos, así como se incluyen modelos para la preparación del Plan en los Anejos A, B y C.

1. Orden de sucesión de mando

Para que la comunicación en caso de emergencia sea efectiva, es importante que todos los miembros de la comunidad universitaria conozcan en quién reside la responsabilidad de mando y la facultad de tomar decisiones y de emitir instrucciones en todo momento. Ante la posibilidad de que en un momento dado la persona o personas con estas facultades, en las distintas unidades, se encuentren imposibilitadas para asumir estas responsabilidades, es necesario establecer un orden de sucesión de mando en cada unidad de la Universidad y un orden de mando para el Sistema.

Es importante que en cada una de las unidades del Sistema se conozca el orden de sucesión de mando para emergencias:

- a. En la Oficina Central del Sistema, la responsabilidad de mando y la facultad de tomar decisiones y emitir instrucciones recaerá sobre la persona que esté ocupando la posición de autoridad, según el orden que sigue:
 - Presidente
 - Vicepresidente de Asuntos Académicos, Estudiantiles y Planificación Sistémica
 - Vicepresidente de Gerencia, Finanzas y Servicios Sistémicos
 - Vicepresidente de Asuntos Religiosos
 - Rectores, designación del Presidente, (Anejo D) con la anuencia de la Junta de Síndicos
- b. En las unidades, la línea de sucesión sigue la jerarquía establecida para los niveles de autoridad, en el orden que sigue:
 - Ejecutivo Principal de la Unidad
 - Decano de Estudios
 - Decano de Administración
 - Decano de Estudiantes
- c. El orden de sucesión de mando habrá de informarse a todo el personal de la unidad.
- d. Cada unidad establecerá procedimientos para la comunicación y divulgación de información, tanto interna como externa.

2. Organización de Comité de Emergencias

a. General

En la estructura de la unidad se establecerá la organización correspondiente a los niveles de responsabilidad, tales como: toma de decisiones, quien ejecutará las acciones, directrices impartidas o quién se encargará de coordinar los recursos necesarios. Esto requiere que se establezca el Comité de Manejo de Emergencias,

y se desarrolle un organigrama que represente las líneas de autoridad y de coordinación.

b. Organización

Es de suma importancia que el principal ejecutivo de la unidad cumpla con crear el referido Comité. Designará por escrito las funciones y responsabilidades que los miembros de ese Comité llevarán a cabo antes, durante y después de la emergencia o desastre.

- Se preparará un organigrama, que gráficamente presentará el personal del grupo ejecutivo que tomará las decisiones de alto nivel e impartirá las directrices o políticas de cómo se manejará la emergencia.

c. Organización y asignación de responsabilidades:

- **Comité de Manejo de Emergencias** – La organización del Comité de Manejo de Emergencias depende de la cantidad de empleados que laboran en la unidad. Sin embargo, ésta no impide que las funciones y/o responsabilidades asignadas se lleven a cabo en todas las fases de emergencia. A menor cantidad de empleados, mayores serán las tareas asignadas. La composición del Comité de Manejo de Emergencia es como describe y debe estar compuesto por las siguientes personas:

➤ **Grupo Ejecutivo - (Toma de decisiones)**

1. Ejecutivo Principal
2. Decano de Administración
3. Decano de Asuntos Académicos o Estudios
4. Decano de Estudiantes

➤ **Grupo Operacional - (Empleados que apoyan la implantación del plan)**

1. Decano de Administración
2. Director de Conservación
3. Director de Seguridad
4. Director de Compras
5. Oficial Pagador

6. Director de Recursos Humanos
7. Personal directivo (supervisores)
8. Personal de enfermería

➤ Grupo de Apoyo Externo - (Agencias, Municipios, Instituciones Privadas)

1. Sistema de Emergencia 9-1-1
2. Emergencias Médicas (Públicas y Privadas)
3. Bomberos de Puerto Rico
4. Policía de Puerto Rico
5. Oficina Municipal Manejo de Emergencias
6. Agencia Estatal para el Manejo de Emergencias
7. Otra Instituciones Públicas y Privadas

3. Centro de Operaciones de Emergencias

- a. En todo caso de emergencia por desastre natural o de otra índole, tales como conflictos bélicos, actos de terrorismo y/o actos delictivos, al comienzo de la temporada anual de huracanes o en caso de alguna inundación, el Ejecutivo Principal de cada unidad institucional constituirá un Centro de Operaciones de Emergencias y designará una persona a cargo, (Ver sección f, más adelante).
- b. El Centro se establecerá proyectando la mayor eficiencia en su implantación y según los recursos disponibles.
- c. Desde el Centro se coordinará la utilización del sistema de alerta para mantener informada a la comunidad universitaria en casos de emergencia. Se utilizarán los sistemas tecnológicos de la Universidad cuando sea factible. Además se prepararán hojas de información que indiquen las acciones a seguir por área de trabajo y que debe hacerse en casos de emergencia.
- d. El Centro de Operaciones será la base de operaciones del Comité de Emergencias. Por lo tanto, las líneas de autoridad, coordinación y las responsabilidades asignadas deben estar claramente expuestas en el organigrama citado en 2.b de esta sección.

- e. El Centro de Operaciones debe contar con los siguientes equipos, materiales y otros medios o recursos:
- Teléfonos y/o radio de comunicación.
 - Radio receptores que capten los boletines e instrucciones del Servicio Nacional de Meteorología y la Agencia Estatal para el Manejo de Emergencias y la Administración de Desastres.
 - Equipos de primeros auxilios.
 - Las unidades deberán coordinar algún servicio de ambulancias externo.
 - Mapas de trayectoria de huracanes.
 - Mapas de localización y planos de la planta física.
 - Lista con nombre, dirección y teléfonos del personal clave.
 - Números de teléfonos y de las unidades portátiles (celulares, fax) de las agencias que prestan servicios de emergencia.
 - Equipos de emergencia, tales como plantas y lámparas eléctricas portátiles, botas, cascos protectores, máscara antigás y desfibriladores.
 - Números de teléfonos de empleados de la Universidad con quien tengan que comunicarse.
 - Equipo de acetileno.
 - Sierra que no necesite electricidad para ser operada.
 - Copia de los planes de emergencia.
- f. El Ejecutivo Principal de la unidad (el Vicepresidente de Gerencia, Finanzas y Servicios Sistémicos en el caso de la Oficina Central del Sistema), designará al principio del año fiscal un empleado a cargo del Centro de Operaciones de Emergencia, que apoyará al Ejecutivo Principal en la implantación del Plan de Contingencias, mientras dure la emergencia.

4. Grupos de trabajo

Los grupos de trabajo se organizarán con el personal voluntario o designado, el cual deberá estar debidamente adiestrado. Tendrán la misión de proteger vidas y propiedades. Pueden realizar funciones como evacuar al personal, controlar los suministros de combustibles, operar equipos de rescate y proteger, en la medida posible, la maquinaria y materiales situados en la unidad.

Se preparará una lista con los nombres y números de teléfono del personal voluntario o designado. Este personal deberá participar en seminarios, simulacros y otros adiestramientos relacionados.

5. Asistencia médica y de primeros auxilios

Los responsables del plan de emergencia médica deberán proceder a seleccionar y preparar el personal necesario y determinar qué equipo y tipo de suministros se necesitan, así como establecer un sistema de primeros auxilios y tratamiento médico, conforme a los recursos que tengan disponibles en la unidad o en la comunidad.

6. Coordinación de ayuda externa

El esquema de colaboración con las empresas de asistencia mutua de la comunidad y con los organismos locales establece una fuerza de ayuda integrada o conjunta para afrontar la emergencia eficazmente. El esquema cooperativo puede incluir diversos grupos de trabajo con diferentes tareas para agilizar cualquier proceso eventual. Se pueden destacar las siguientes instituciones o agencias:

- a. Departamento de Policía
- b. Servicio de Bomberos
- c. Agencia Estatal para el Manejo de Emergencias y Administración de Desastres
- d. Agencia Municipal de Manejo de Emergencia
- e. Cruz Roja
- f. Otros
 - Emergencias Médicas
 - Guardia Nacional
 - Clubes cívicos

VI. Implantación del Plan de Contingencia

A. Identificación de Riesgos que puedan afectar las unidades académicas

1. A continuación se identifican aquellos eventos o situaciones potenciales, tanto de aspecto general como específicos, que de ocurrir, pueden convertirse en una amenaza, riesgo, emergencia o desastre.
2. Si todos, o alguno, de estos riesgos se determina que podrían afectar la unidad, entonces hay que desarrollar los procedimientos

que sean necesarios para atender cada riesgo en particular antes, durante y después de la emergencia o desastre.

a. Riesgos Generales Naturales

- Tormentas Tropicales
- Huracanes
- Inundaciones
- Marejadas Ciclónicas
- Terremoto
- Deslizamientos de terreno
- Maremoto (Tsunami)
- Sequía
- Tormentas Eléctricas
- Trombas Marinas

b. Tecnológicos u ocasionados por los seres humanos

- Fuegos
- Colocación Artefactos Explosivos
- Terrorismo
- Toma de rehenes
- Tiroteos
- Contaminación de aire, agua, alimentos
- Interrupción del servicio eléctrico, de agua potable o de teléfono

c. Riesgos específicos

- Fuegos internos
- Inundaciones locales
- Emergencias de salud pública
(Brotos epidémicos, por ejemplo, dengue, influenza porcina, entre otros)
- Escape de gas
- Derrame sustancias químicas
- Racionamiento de agua

B. Asignación de responsabilidades

1. Los Ejecutivos Principales de las unidades:
 - a. Designarán los miembros del Comité de Emergencia, como un cuerpo de funcionamiento continuo durante cualquier emergencia.
 - b. Establecerán la organización y activarán el Centro de Operaciones de Emergencia, en el momento oportuno.
 - c. El Vicepresidente de Gerencia, Finanzas y Servicios Sistémicos, hará lo propio en la Oficina Central del Sistema.
2. El Decano de Administración, según sea el caso, determinará el número y la composición de los grupos de trabajo, de acuerdo a las necesidades de la unidad:
 - a. Distribuirá el personal y coordinará la transportación y equipo para tomar las medidas que correspondan: preventivas, durante o después de la emergencia.
 - b. Tomará las medidas necesarias para proteger materiales y equipos expuestos a daño.
 - c. Dispondrá la desconexión, en el momento oportuno, de los sistemas de gas, acondicionadores de aire e iluminación.
3. El Decano de Administración coordinará con las agencias de gobierno que prestan servicios en casos de emergencia para:
 - a. Asignar vigilancia adecuada para mantener el orden y salvaguardar vidas y propiedades.
 - b. Designar personal para dirigir el tránsito y el desalojo de la comunidad universitaria.
 - c. Cuando el aviso de huracán, tormenta o cualquier otro tipo de desastre ocurra durante el fin de semana o días feriados, notificará al Ejecutivo Principal, (o a la persona que le siga en la sucesión de mando de la unidad), quien determinará cuando activar el Comité de Emergencias.
4. Los directores de departamentos u oficinas serán responsables de la seguridad de la propiedad y equipos de la Universidad a su cargo:
 - a. Designarán el personal necesario, en sus respectivas oficinas, para que protejan el material que pueda afectarse.
 - b. Establecerán un control del movimiento de la propiedad que

se efectúe durante la emergencia, de forma tal que la misma pueda localizarse cuando se regrese a la normalidad.

- c. Coordinarán con el Director de las Instalaciones Físicas cualquier otra medida necesaria para la protección de su lugar de trabajo, incluyendo la orientación necesaria para el personal de sus oficinas.

C. Sistema de alerta

La Universidad Interamericana ha implantado un Sistema de Alerta para mantener informado a los estudiantes, Facultad y empleados en caso de emergencias. Se estará notificando a la comunidad universitaria a través de sus correos electrónicos, teléfonos celulares y residenciales y por mensaje de textos, de tener este servicio en sus celulares. La información correspondiente tiene que ser actualizada periódicamente en el sistema Banner que es donde se recopilan los datos para el sistema de alerta. Cada unidad podrá utilizar el sistema de alerta para mantener informada a su comunidad universitaria. La Oficina Central también podrá enviar mensajes a toda la comunidad universitaria.

D. Plan de cierre y desalojo

Una parte importante del Plan de Contingencia para casos de emergencias la constituyen los procedimientos de desalojo. Estos facilitarán la movilización ordenada, segura y rápida del personal y visitantes que puedan estar en riesgo en caso de una emergencia.

El Anejo B presenta un modelo para facilitar la preparación del Plan de Desalojo a las unidades.

VII. Acciones que deben tomarse ante huracanes, tormentas e inundaciones

A. Medidas preventivas

1. Realizar inspecciones minuciosas de las instalaciones físicas y los alrededores. Preparar un informe detallado sobre todo aquello que requiera reparación para corregir toda deficiencia que pueda representar un riesgo para la vida humana y la propiedad.
2. Eliminar escombros, basura o materiales que podrían ser arrastrados por el viento o por las corrientes de agua.
3. Coordinar con la Autoridad de Energía Eléctrica o de Teléfonos para que grupos de trabajo especializados procedan con el

desganche o corte de ramas de árboles que pudieran afectar las líneas eléctricas o telefónicas.

4. Surtir los botiquines y mantener debidamente equipadas las salas de emergencia. Donde no haya sala de emergencia se designará un espacio adecuado para estos fines.
5. Mantener un inventario adecuado de materiales, herramientas y el equipo necesarios para enfrentar una situación de emergencia.
6. Revisar las listas del personal que trabajará en los grupos de trabajo.
7. Proveer orientación a los empleados y estudiantes sobre el Plan de Contingencia.
8. Determinar la necesidad de planchas de metal o paneles protectores para asegurar áreas vulnerables en cada estructura y gestionar la construcción y almacenamiento de dichas planchas o paneles, así como los arreglos estructurales y portátiles.
9. Llenar los tanques de combustible de las plantas eléctricas auxiliares, principales y portátiles.
10. Identificar lugares susceptibles a inundaciones y gestionar las medidas de seguridad necesarias, según aplique, entre ellas:
 - a. limpieza de desagües.
 - b. uso de plataformas para subir del suelo el equipo y materiales.
 - c. apertura de puertas para que el agua salga y cierre de puertas y ventanas para que el agua no entre.

B. Boletines y medidas a tomarse

El Servicio Nacional de Meteorología emite unos boletines y comunicados informativos expedidos por el Centro Nacional de Huracanes sobre el progreso de una depresión, tormenta o huracán. Contiene detalles sobre la localización, intensidad y dirección del movimiento del ciclón: puede contener en su texto una vigilancia y/o aviso para determinadas áreas. Las advertencias son numeradas y se emiten regularmente cada seis horas o más frecuente si las condiciones lo ameritan. Manténgase atento a los boletines de meteorología.

Utilizando estos boletines es necesario que cada unidad realice los preparativos y tomen las medidas que se establecen a continuación:

I. Medidas que deben tomarse ante una ADVERTENCIA de huracán o tormenta

Una advertencia es un anuncio formal del Centro Nacional de Huracanes, sobre el progreso de una Depresión Tropical. La misma es de carácter informativo general y contiene detalles sobre la localización, intensidad y dirección del disturbio atmosférico.

Tan pronto se emita una advertencia se tomarán las siguientes medidas.

1. El Decano de Administración se mantendrá informado del progreso del sistema.
2. Los directores de departamentos y oficinas llevarán a cabo la fase de preparación establecida en sus planes operacionales relacionadas al equipo, brigadas y grupos de apoyo.
3. Se efectuarán labores de mitigación que propendan a minimizar los efectos del huracán o tormenta dentro de las áreas más susceptibles.

II. Medidas que deben tomarse ante una VIGILANCIA de huracán o tormenta

Anuncio emitido por el Centro Nacional de Huracanes para determinada área. En éste se solicita el mantenerse alerta, además requiere estar listo para tomar acción en caso de que se emita un aviso de huracán o tormenta tropical.

Esta información es emitida generalmente entre 48 ó 24 horas antes de la amenaza, pues existe la posibilidad de que nos afecte.

1. Se activará el Comité de Emergencia de cada unidad y se reunirá en el Centro de Operaciones para la discusión de los trabajos y acciones a llevarse a cabo.
2. Se proveerá combustible y aceite a los vehículos oficiales. Mantendrán una reserva de estos líquidos en lugares que ofrezcan máxima seguridad para utilizarse cuando sea necesario.
3. Mover los archivos de manera que las gavetas queden contra las paredes, lejos de las ventanas.

4. Colocar paneles de huracanes en las ventanas y puertas de cristal según estén disponibles. Instalar cintas adhesivas de seguridad en las puertas y ventanas de cristal para protegerlas de impactos de proyectiles cuando no sea posible colocar paneles. Además, se debe asegurar que estén bien cerradas.
5. Mover el equipo electrónico a áreas que estén lejos de las ventanas, colocarlo sobre escritorios u otros muebles y cubrirlo con material impermeable.
6. Cubrir los anaqueles de libros de las bibliotecas y de otros lugares y reubicar los libros de las tablillas inferiores.
7. No usar el teléfono innecesariamente.
8. Asegurar todos los objetos sueltos en los alrededores.
9. Proveerse de alimentos para tres días, como mínimo (prefiérase alimentos enlatados).
10. Proveerse de agua potable suficiente.
11. Proveerse de un botiquín de primeros auxilios, debidamente equipado.
12. Mantenerse alejado de áreas inundables.
13. Proveerse de un buen sistema de alumbrado, lámparas de mano, de gas y linternas. (Evitar el uso de velas)
14. Ofrecer ayuda a otros.

III. Medidas a tomarse ante el AVISO de huracán o tormenta

Un aviso es un anuncio emitido por el Centro Nacional de Huracanes, indicando que en las próximas 24 horas se espera que en determinadas áreas se puedan sentir vientos huracanados o de tormentas, fuertes lluvias y marejadas peligrosas.

Tan pronto se emita se llevarán a cabo las siguientes acciones:

1. El Presidente emitirá las instrucciones a los Ejecutivos Principales de las unidades y estos informarán a su personal para que se mantengan en estado de alerta y permitirán regresar a sus hogares a todo el personal que no tenga asignaciones dentro del plan de contingencia.
2. Se desconectarán interruptores de energía, según la necesidad.
3. Se tomarán todas las medidas de seguridad necesarias en cada unidad.
4. Todas las unidades y oficinas deberán haber concluido sus preparativos de protección, seguridad y acciones de mitigación.

IV. Durante el huracán o tormenta

1. Durante la emergencia, el personal mínimo necesario para llevar a cabo el Plan de Contingencia permanecerá en las unidades, según lo determine la persona que, en el orden de sucesión de mando, esté a cargo de la unidad.
2. Deberán ser personas de reconocido buen criterio, capaces de tomar la mejor decisión, que proceda proactivamente ante las distintas y variadas circunstancias que puedan surgir en momentos críticos de esta índole.

V. Después de pasado el huracán o tormenta

1. Luego que el Presidente emita las instrucciones de regreso, la persona a cargo de cada unidad, según el orden de sucesión de mando establecido, instruirá al Centro de Operaciones de Emergencias sobre las medidas más aconsejables ante las diversas circunstancias que hayan podido ocurrir durante el paso del huracán o tormenta y el efecto que haya podido tener sobre la unidad. Se realizará una rápida evaluación de pérdidas y daños para informar a la Oficina Central del Sistema y a las agencias concernidas y poder solicitar la asistencia necesaria.
2. Seguirá una evaluación más detallada y formal, considerando:
 - a. Pérdidas de:
 - vida humana
 - propiedad
 - b. Daños a:
 - vida humana (heridos)
 - propiedad:
 - edificios
 - carreteras
 - accesos
 - servicios de:
 - agua
 - alcantarillado
 - electricidad
 - teléfono
 - gas
 - materiales
 - equipos

3. Se espera que, a la mayor brevedad posible y utilizando cualquier medio a su alcance, el empleado encargado se comunique con la Oficina Central del Sistema para informar los daños sufridos, si alguno, y las condiciones prevalecientes en su unidad.
 - a. Se procederá con la mayor serenidad a abrir caminos, desalojar y limpiar edificios con el propósito de reanudar las operaciones lo más rápidamente posible.
 - b. Se procederá a tomar fotografías de las propiedades, equipos y materiales damnificados durante la emergencia y a preparar un informe escrito detallando los daños ocurridos con el propósito de hacer las reclamaciones pertinentes a la compañía aseguradora y las agencias federales o estatales, según aplique.

VIII. Medidas que deben tomarse en caso de terremoto

Puerto Rico está situado en una zona muy susceptible a los terremotos. Los terremotos suelen producirse sin previo aviso. El principal peligro en caso de terremoto proviene del derrumbamiento de los edificios, de incendios ocasionados por la rotura de las tuberías de gas y por la falta de agua para combatir los incendios. Se puede sobrevivir a un sismo y minimizar su daño simplemente dándose cuenta de los peligros potenciales y tomando algunas medidas básicas de preparación contra sismos.

A. Medidas básicas de preparación contra terremotos

1. Realizar inspecciones minuciosas de las instalaciones físicas y efectuar las reparaciones necesarias para corregir toda deficiencia que pueda representar un riesgo.
2. Asegurar las líneas eléctricas y telefónicas, coordinando con las agencias pertinentes el corte de ramas de árboles que pudieran afectar las mismas.
3. Surtir los botiquines y mantener debidamente equipadas los centros de primeros auxilios. Donde no haya centro de primeros auxilios, el encargado del Centro de Operaciones, en unión al Ejecutivo Principal, designará un espacio para tales fines.
4. Mantener un inventario adecuado de materiales, herramientas y el equipo necesario para enfrentar una situación de emergencia.

5. Preparar o revisar las listas de personal que trabajará en los grupos de trabajo de emergencia.
6. Realizar simulacros para mantener la efectividad de los grupos de trabajo.
7. Proveer orientación continua a los empleados y estudiantes sobre el Plan de Contingencia para Casos de Desastres Naturales y de otra índole.
8. Identificar los lugares más seguros.
9. Preparar plan de evacuación.
10. Organizar grupos de búsqueda, rescate y primeros auxilios.
11. Establecer comunicación con la comunidad.

B. Recomendaciones a incluir en material para informar a la comunidad

1. Mantener la calma.
2. Protegerse en el lugar más seguro.
3. Si se está en el interior de un edificio se recomienda:
 - a. Meterse debajo de una mesa o escritorio fuerte.
 - b. Alejarse de las ventanas o puertas de cristal.
 - c. Mantenerse alejado de los pasillos.
 - d. No usar los ascensores.
 - e. No usar las escaleras, son sumamente peligrosas en un terremoto.
 - f. Mantener abiertas las puertas de los laboratorios y salones.
4. Si está en el exterior (patio) deberá:
 - a. Quedarse allí hasta que pase el terremoto.
 - b. Alejarse de las líneas eléctricas, líneas de gas o de agua, postes de alumbrado eléctrico, árboles, edificios y muros; si es posible dirigirse a un lugar abierto, libre de riesgos.
 - c. Si va en un automóvil, detener el vehículo (no sobre un puente o carretera elevada) salir de él y acostarse al lado del mismo.
 - d. Permanecer en un lugar seguro hasta que pase el movimiento.

C. Medidas que deben tomarse después de un terremoto

1. Utilizar un radio portátil de baterías y escuchar las instrucciones y noticias.
2. Salir del refugio cuando pase el sismo.
3. Actuar de acuerdo con el plan establecido.
4. Hacer gestiones de búsqueda de personas heridas y darle primeros auxilios.
5. No mover personas con heridas a menos que se encuentren en peligro inminente.
6. Revisar la comida y el agua. El agua de emergencia se puede obtener de calentadores de agua, hielo derretido, tanques de inodoros y vegetales enlatados.
7. Revisar el edificio en busca de grietas o daños incluyendo techos, paredes y zapatas.
8. Realizar una rápida evaluación de pérdidas y daños, para informar a la Oficina Central del Sistema y agencias concernidas y poder solicitar la asistencia necesaria para realizar una evaluación más detallada y formal, considerando:
 - a. Pérdidas de:
 - vida humana
 - propiedad
 - b. Daños a:
 - vida humana (heridos)
 - propiedad:
 - edificios
 - carreteras
 - accesos
 - servicios de:
 - agua
 - alcantarillado
 - electricidad
 - teléfono
 - gas
 - materiales
 - equipos

- Cooperar con las agencias de Salud Pública, Agencia Municipal de Manejo de Emergencia, la Policía y otras agencias.
- Mantener la calma y ayudar a los demás.

D. Maremoto (Tsunami)

1. Aviso sobre Maremotos (Tsunami)

De ocurrir un terremoto muy fuerte cerca de las costas de Puerto Rico y éste ser detectado por los instrumentos de la red sísmica o ser sentido por la población general, es posible que se emita un Aviso de Maremoto (Tsunami).

Los Avisos significarán que se podría generar o que se está generando una serie de olas a consecuencia del terremoto, y a su vez representar una amenaza seria para la vida. Por lo tanto se deben tomar inmediatamente medidas de precaución.

Los avisos pudieran ser emitidos sin que necesariamente se genere un maremoto perceptible en las costas, ya que esperar confirmación del mismo para emitir el aviso resultaría muy tarde para salvar vidas.

2. Recomendaciones a incluir en material para informar a la comunidad

- a. Si se encuentra cerca de la costa y ocurre un terremoto fuerte, éste puede ser el único aviso sobre la posibilidad de un maremoto.
- b. Durante el terremoto, busque protección inmediatamente contra objetos que puedan caerle encima. Tan pronto las vibraciones fuertes del suelo cesen, muévase a un lugar alto alejado de la costa.
- c. Recuerde, que el maremoto no es una sola ola. El evento consiste en una serie de olas y la primera en llegar a la costa, no necesariamente es la más grande.
- d. Cuando el maremoto se está acercando a la costa, éste se manifiesta a través de un aumento o disminución notable en el nivel del mar. Bajo ningún concepto se acerque a la costa y mucho menos entre a los lugares donde el mar se ha retirado.
- e. Las olas asociadas al terremoto, por lo general, viajan más rápido de lo que una persona pudiese correr. Cuando usted

- pueda verlas, probablemente será demasiado tarde para comenzar a correr.
- f. Las olas del maremoto pueden afectar la costa durante horas. Manténgase alejado hasta que las autoridades pertinentes le indiquen que es seguro regresar.
 - g. Sea cauteloso siempre. Es posible que en una playa no se produzcan olas de gran altura, mientras que en otra(s) playa(s) se generen olas de gran magnitud.
 - h. Las olas que se producen en un maremoto no son aptas para practicar ningún deporte acuático, ya que son olas de gran turbulencia y representan un serio peligro para la vida.

IX. Escapes de gas e incendios

Los escapes de gas y los incendios pueden ocurrir como consecuencia de un terremoto o por otras razones. A continuación los procedimientos a seguir para este tipo de emergencia:

A. Escapes de Gases Peligrosos (Flamables)

Si un cilindro o una tubería de gas presentan un escape y representa peligro para los ocupantes de otras áreas, los siguientes pasos deben ser considerados de inmediato:

1. Si hay sospechas de un escape de gas u olores que podrían ser nocivos, estos deben informarse inmediatamente al Administrador del Programa de Conservación y el Vicepresidente Asociado de Gerencia y Presupuesto, según corresponda.
2. Obtener la siguiente información:
 - a. Lugar donde está el escape de gas.
 - b. Indique el edificio, piso y número de oficina.
 - c. Tipo de escape, si es conocido.
3. Desalojar el área, dejando acceso para que el personal de emergencia pueda trabajar. No regresar al área afectada hasta tanto sea indicado por la Guardia Universitaria.
4. Se debe restringir el acceso al área de escape, aislando el área con sogas y cintas que indiquen "PELIGRO".
5. En áreas donde se trabaja con gases o productos flamables, o hay la existencia de ellos, es mandatorio por ley que se coloquen letreros que indiquen "NO FUMAR", contrapuestos.

B. Medidas Preventivas y Desalojo en caso de Incendio

1. Medidas Preventivas a tomarse para evitar un incendio

- a. Inspeccionar y familiarizarse con el equipo antes de utilizarlo.
- b. No utilizar enchufes o equipos defectuosos.
- c. Notificar al Supervisor sobre defectos.
- d. No añadir extensiones eléctricas sin permiso del Supervisor.
- e. No tratar de arreglar equipos defectuosos o dañados.
- f. No fumar fuera de áreas permitidas o cerca de productos inflamables.
- g. Leer las instrucciones antes de usar el equipo.
- h. Disponer de forma apropiada de fósforo y cigarrillo.
- i. Mantener materiales inflamables bien rotulados.
- j. Mantener los extintores en condiciones operacionales, en áreas accesible y debidamente rotuladas.
- k. La unidad académica estará equipada con detectores de humo, extintores de manga de incendio y un sistema de alarma visual y auditivo (si aplica), conforme lo que requiera el cuerpo de Bomberos de Puerto Rico.
- l. Los extintores y mangas de incendio tienen que ser inspeccionados anualmente.
- m. El equipo de extinguir incendios tiene que estar accesible en todo momento.

2. Durante el incendio

- a. Si se descubre un incendio, activar la alarma inmediatamente.
- b. Los empleados no deben apagar el fuego a menos que:
 - estén entrenados o el fuego sea menor.
- c. No utilizar el ascensor (si aplica).
- d. Según las instrucciones del equipo de desalojo:
 - El líder de grupo procederá a desalojar el personal al área designada. Todo movimiento de personal se hará en forma ordenada y siguiendo instrucciones.
- e. Si el incendio se intensifica, se llamará al Cuerpo de Bomberos por el 9-1-1.

3. Después del incendio

- a. Se verificarán los daños y se rendirá un informe de los mismos.
- b. Se preparará un informe del incidente con fotos.
- c. Se hará un estimado de costo de las pérdidas.

X. Acciones que deben tomarse ante actos de terrorismo

A. Preparativos generales

Los preparativos para este tipo de desastre son muy similares a los que se hacen para desastres naturales, particularmente para los terremotos. Conviene, por tanto, revisarlos y asegurarse de que se realicen periódicamente. Es importante dar énfasis a las siguientes medidas:

1. Surtir los botiquines y mantener debidamente equipadas las salas de emergencia.
2. Preparar o revisar las listas de personal que trabajará en los grupos de trabajo y el adiestramiento que éstos deben recibir.
3. Proveer orientación continúa al personal universitario y a los estudiantes sobre el Plan de Contingencia para estos desastres, incluyendo el Plan de Evacuación.
4. Designar un sitio o área que pueda mitigar en algo el daño que puedan causar los actos de terrorismo. Un sótano o cualquier área bajo tierra son los mejores sitios para protegerse. También, puede ser buen refugio, el área central sin ventanas en los pisos del medio de un edificio multipisos.

Otras medidas incluyen:

- a. Identificar uno o más lugares seguros en caso de que sea necesario mantenerse en los lugares (edificios) de trabajo o estudio.
- b. Mantener al día las listas del personal universitario y de estudiantes por lugar de trabajo o de estudio, incluyendo direcciones y números de teléfono.
- c. Preparar un plan de comunicación con familiares de empleados y estudiantes.

B. Medidas que deben tomarse cuando ocurran amenaza de bomba

Introducción

De recibirse una llamada telefónica o notificación por escrito informando que en la Unidad se ha puesto un artefacto explosivo, es importante que esta llamada se trate con seriedad y se le otorgue el carácter de verdadera emergencia.

1. Procedimiento

Datos que se deben anotar durante la llamada

- a. Copiar el texto exacto de la amenaza, si es vía telefónica.
- b. Hora y número de teléfono por el cual ingresa la llamada.
- c. Detalles sobre la persona que hace la llamada:
 - Sexo
 - Edad
 - Tono de voz (ronca, disfrazada, entre otras)
 - Acento (nacionalidad)
 - Animosidad (llorando, alegre, entre otros)
 - Ruidos de fondos
 - Indicar el nombre de posible sospechoso, si es familiar
- d. Tiene que mantener conversación con el sujeto que llama; trate de averiguar detalles sobre el artefacto: ¿Dónde está?, ¿Cómo es?, ¿Por qué?, entre otras.

2. Notificación

La persona que recibe la llamada notificará al Decano de Administración y éste activará a sus coordinadores y se utilizará el siguiente procedimiento:

- a. Si la llamada es sobre amenaza de bomba, inmediatamente se notificará al Cuartel de la Policía local o al 9-1-1 para que lleguen al lugar.
- b. Tan pronto se personen a la escena de la emergencia los bomberos o la policía, ellos evaluarán todos los hechos concernientes y determinarán la magnitud de la emergencia. La persona que reciba la llamada deberá estar disponible para ofrecer al Departamento de Bomberos, a la Policía de Puerto Rico y a sus investigadores, toda la información que conoce de la persona que hizo la llamada y del artefacto, si éste es encontrado. La policía determinará si requiere la presencia de personal de explosivos y de ser necesario, se establecerá un puesto de mando.

3. Toma de determinación de búsqueda

En vías de mantener un control sobre esta situación se va proceder de la siguiente manera: ¿Dónde deben buscar?

- a. Lugar dónde se indico que estaba la bomba, según la amenaza.
- b. Áreas de fácil acceso (alrededor de edificios, entrada principal, área de visitantes, baños, pasillos, entre otros).
- c. Áreas susceptibles a sabotaje (sub-estaciones eléctricas, plantas, acondicionadores de aire, oficinas de sistemas de información, entre otras).
- d. Áreas controladas de importancia (oficina del Ejecutivo Principal y los diferentes niveles de jerarquía, entre otras)
- e. Estacionamientos e inspecciones de vehículos:
 - Inspecciones de vehículos
 - Inspección visual
 - Cotejo por debajo del vehículo
 - Cotejo del sistema de escape de gases
- f. Por seguridad, mantener los celulares y radios apagados en la búsqueda.

4. Hallazgo de un artefacto

- a. El hallazgo de un artefacto explosivo o sospechoso, requiere la presencia de los Técnicos de Explosivos, quienes serán notificados por la Policía. Los agentes de la División de Explosivos, son quienes procederán con el movimiento y desactivación del artefacto encontrado.
- b. De encontrarse un artefacto sospechoso se tomarán las siguientes acciones:
 - No tocar ni mover los objetos
 - Tener mucho cuidado para asegurar que el objeto no sea movido de ninguna forma.
 - Desalojar todas las personas, cuando se les ordene, a un sitio seguro y lo más lejos posible del área de peligro.
 - Mantener la seguridad en toda el área, no permitiendo entrar a personas no autorizadas.

De haberse terminado la búsqueda y registros de todas las oficinas sin el hallazgo de un posible artefacto explosivo o luego de haber sido removido el artefacto encontrado por el personal técnico de explosivos, se realizarán todas las actividades necesarias para regresar todos los sistemas a la normalidad.

5. Desalojo

Si decide desalojar, los primeros en salir con aquellas personas que están más cerca del artefacto explosivo sospechoso. Se utilizará el Plan de Desalojo, a menos que la localización del artefacto obligue a cambiar las vías de desalojo.

- a. Los empleados deberán permanecer en el área de espera, previamente designada, hasta la determinación de entrada u otra instrucción. La orden de todo está bajo control, será luego de haber completado el Plan de Emergencia y haber transcurrido un tiempo razonable. La orden de entrada a las facilidades será anunciada por la persona designada.

6. Informe

- a. Se preparará un informe completo de lo sucedido.

C. Evento de explosión

1. En caso que ocurra una explosión, toda persona se acostará en el piso inmediatamente, contrario a la dirección de la onda de la explosión. Debe tratar de cubrirse. Una vez pase la primera onda, mesas, escritorios o cualquier otro objeto protector, puede usarse para cubrirse de la caída de escombros u objetos volantes.
2. Luego que los efectos de la explosión hayan pasado, se notificará inmediatamente a las autoridades pertinentes. Se le informará la localización de la explosión, número de víctimas y el grado de daños. Dependiendo de la naturaleza de la explosión, incluyendo los factores de fuego, humo, víctimas y otras consideraciones, se impartirán instrucciones. En caso de desalojo del área, se seguirán los procedimientos para casos de fuego.

D. Ataque químico o biológico

1. Preparativos generales:

a. Preparar un paquete de suministros para desastres que incluya:

- radio de baterías con baterías adicionales.
- alimentos no perecederos y agua potable.
- cinta adhesiva fuerte y tijeras.
- plástico para puertas, ventanas y aberturas para el cuarto o salón que servirá de refugio en el sitio - éste debe ser un cuarto o salón interno donde se pueda bloquear la entrada de aire que pueda contener químicos peligrosos o agentes biológicos.
- botiquín de primera ayuda.
- efectos sanitarios incluyendo jabón, agua, blanqueador o detergente y otros.
- silbato para pedir auxilio.
- linterna y pilas extra.
- máscara para el polvo o camisa de algodón para filtrar el aire.
- toallitas húmedas para el aseo personal.
- bolsas de basuras con ataduras para mantener la limpieza personal.

2. Medidas que deben tomarse durante un ataque químico o biológico

a. Mantenerse atento al radio para instrucciones de las autoridades sobre si debe mantenerse en el sitio o puede salir.

b. Si las instrucciones son para quedarse en el lugar donde la persona se encuentra:

- Apagar todo tipo de ventilación (acondicionador de aire, abanicos).
- Buscar refugio en un salón o cuarto interno, preferiblemente sin ventanas. Sellar el salón o cuarto con cinta adhesiva y coberturas plásticas. Diez pies cuadrados de espacio de piso por persona proveerá suficiente aire para prevenir la acumulación progresiva del bióxido de carbono hasta cinco horas.

- Si el ataque químico o biológico sorprende a la persona en un área no protegida, ésta deberá:
 - Tratar de salir del área contaminada.
 - Tratar de buscar refugio lo más rápido posible.
 - Escuchar la radio para instrucciones oficiales.

3. Medidas que deben tomarse después de un ataque químico

- a. Los síntomas inmediatos de una exposición a agentes químicos pueden incluir visión borrosa, irritación de los ojos, dificultad respiratoria y náuseas. Una persona afectada por un agente químico o biológico requiere atención inmediata por personal médico profesional. Si esta atención médica no está disponible de inmediato, descontaminese usted mismo y, si es posible, ayude en la descontaminación de otros. Es necesario hacer la descontaminación dentro de los minutos inmediatos a la exposición para minimizar las consecuencias a la salud. (Sin embargo, no se debe salir del refugio a ayudar a otros hasta que las autoridades anuncien que es seguro hacerlo).
- b. Sea extremadamente cauteloso cuando se está ayudando a otros que han estado expuestos a agentes químicos. Se aconseja lo siguiente:
 - Remover toda la ropa y otros artículos en contacto con el cuerpo. La ropa contaminada que normalmente se remueve sobre la cabeza debe ser cortada para evitar contacto con los ojos, nariz y boca. Ponerla en un bolso plástico, si es posible. Descontaminar las manos con agua y jabón. Remover los espejuelos o lentes de contacto y ponerlos a descontaminar en una cacerola con detergente o blanqueador casero.
 - Asegurarse de remover todos los artículos que tengan contacto con el cuerpo.
 - Lavarse los ojos con mucha agua.
 - Lavarse la cara y pelo suavemente con jabón y agua; luego limpie bien con mucha agua.
 - Descontaminar otras partes del cuerpo que puedan haberse contaminado, lavarlas (sin estregar ni raspar) con un paño empapado en agua de jabón y limpiarlas con agua.
 - Ponerse ropa limpia de la guardada en gavetas o clóset, la cual probablemente no está contaminada.

- Si es posible, ir a una instalación médica para examen.

4. Acciones que se deben tomar después de un ataque biológico

- a. En muchos de los ataques biológicos la gente no se da cuenta de que han estado expuestos a un agente biológico. La primera evidencia en estos casos puede ser cuando se notan síntomas de enfermedad causada por la exposición a un agente biológico. Si se notan estos síntomas, debe buscar atención y tratamiento médico.
- b. En algunas situaciones, como la de las cartas con ántrax en el 2001, es posible alertar a la gente sobre una potencial exposición. En estos casos, es importante:
 - Mantenerse atentos a las instrucciones oficiales por radio, televisión y los sistemas de alerta para emergencias.
 - Si la ropa o piel hacen contacto con una sustancia visible y potencialmente infecciosa, quitarse la ropa y ponerla en una bolsa junto a otros efectos personales.
 - Limpiarse inmediatamente con agua jabonosa caliente.
 - Ponerse ropa limpia y buscar atención médica.

E. Ataque nuclear y radiológico

1. La protección contra un posible ataque nuclear es mínima en lugares donde no hay refugios para esos efectos. Sin embargo, puede haber cierta protección contra ataques radiológicos (bombas sucias). Ante estos sucesos, se deberán tomar las medidas establecidas en los incisos anteriores, A, B, C y D de esta sección X, y utilizar la protección y asistencia que están disponibles en la comunidad.
2. Acciones que deben llevarse a cabo después de cualquiera de estos ataques (químicos, biológicos, nucleares y radiológicos).

En el momento en que las autoridades oficiales determinen que puede salir del lugar de refugio, deben tomarse las siguientes medidas:

- a. Actuar de acuerdo al plan de evacuación establecido.
- b. Hacer gestiones de búsqueda de personas heridas y administrarles los primeros auxilios.

- c. No mover personas con heridas a menos que se encuentren en peligro inminente.
- d. Revisar la comida y el agua. El agua de emergencia se puede obtener de calentadores de agua, hielo derretido tanques de inodoros y vegetales enlatados.
- e. Revisar los edificios en busca de grietas o daños incluyendo techos, paredes y zapatas.
- f. Realizar una rápida evaluación de pérdidas y daños, para informar a la Oficina Central del Sistema y agencias concernidas y poder solicitar la asistencia necesaria para realizar una evaluación más detallada y formal, considerando:
 - Pérdidas de:
 - vida humana
 - propiedad
 - Daños a:
 - vida humana (heridos)
 - propiedad:
 - edificios
 - carreteras
 - accesos
 - servicios de:
 - agua
 - alcantarillado
 - electricidad
 - teléfono
 - gas
 - materiales
 - equipos
- g. Cooperar con las agencias de Salud Pública, Manejo de Emergencias, Agencia Municipal de Manejo de Emergencia, la Policía y otras.
- h. Mantener la calma y ayudar a los demás.

3. Condiciones de amenaza terrorista y medidas protectivas.

Siempre hay un riesgo de amenaza terrorista. Para cada condición de amenaza el "Homeland Security" asigna un nivel de alerta apropiado para el creciente riesgo de ataques terroristas. Para cada condición de riesgo, los departamentos y agencias federales sugieren e implantan un conjunto de medidas protectivas que se deben tomar. Es importante que la Universidad esté alerta a este sistema de riesgo de amenazas y tome las medidas correspondientes.

El sistema identifica cinco conjuntos de niveles de riesgo de amenaza de ataque.

<u>Niveles</u>	<u>Color</u>
Bajo	Verde
Cautela	Azul
Elevado	Amarillo
Alto	Anaranjado
Severo	Rojo

F. Emergencias de Salud Pública

Entre las diferentes emergencias a que nos enfrentamos se encuentran también las relacionadas a la salud pública, tipificadas por epidemias o pandemias.

Para atender éstas, la Universidad seguirá los protocolos establecidos por las agencias internacionales y nacionales, entre ellas: la Organización Mundial de la Salud, el Centro de Control de Enfermedades, el Departamento de Salud y Servicios Humanos y las agencias gubernamentales locales.

Una vez se evalúen los posibles efectos de las epidemias o pandemias en la comunidad universitaria, se emitirán los protocolos internos correspondientes para atender las situaciones, según se presenten, incluyendo aspectos de prevención, disminución o cancelación de actividades, y medidas de emergencia.

XI. Separabilidad

Si cualquier parte o sección de este documento normativo es declarada nula por una autoridad competente, tal decisión no afectará a las restantes.

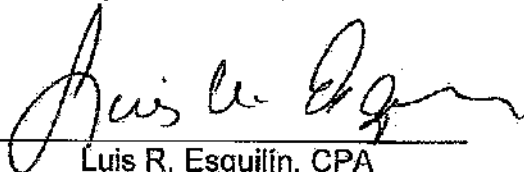
XII. Derogación o enmienda

Estas Guías y Normas enmiendan el Documento Normativo G-0809-029R y cualesquiera otras guías o directrices que estén en conflicto con lo aquí dispuesto. Este documento puede ser enmendado o derogado por el Presidente de la Universidad.

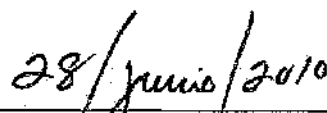
XIII. Vigencia

Estas Guías tendrán vigencia inmediata a partir de la aprobación y firma del Presidente.

XIV. Aprobación



Luis R. Esquilín, CPA
Presidente Interino



Fecha (D-M-A)

Anejos: 4

Universidad Interamericana de Puerto Rico

**Modelo para la preparación del Plan de Contingencia
para casos de Emergencias o Desastres**

Se utilizará este formato para que todos los planes a ser desarrollados por las diferentes unidades tengan uniformidad. Este modelo no limita o excluye información que la unidad determine sea necesario integrar en sus planes por diversas situaciones específicas que los afecten o los puedan afectar.

Primera Parte

- Portada
Título: Plan de Contingencia para Casos de Emergencias o Desastres
Fecha: Fecha de preparación del Plan
Unidad:
- Documento de Promulgación: Disposición de la autoridad nominadora de la unidad, a fin de que sea cumplida y hecha cumplir como obligatorio
- Base legal: Incluida en la Guía
- Participantes en el desarrollo del Plan: Los firmantes certificarían que han participado en la coordinación y preparación del Plan.
- Tabla de Contenido

Segunda Parte

- Introducción/Propósito
- Orden de Sucesión de Mando (Responsabilidad)
- Organigrama de la Unidad
- Comité de Emergencia (Responsabilidad)
- Centro de Operaciones de Emergencia
- Grupos de trabajo (Asignación de responsabilidades)
- Concepto de Seguridad Física (Guardia Universitaria)
- Comunicaciones (mecanismo de información interna y externa)

Tercera Parte

Plan de Acción – se aplica de acuerdo al tipo de emergencia o desastre. Podrá ser utilizado por las unidades para desarrollar los procedimientos operacionales que sean necesarios para cada riesgo particular.

- Plan de Desalojo
- Servicios Médicos y Primeros Auxilios
- Procedimiento de Comunicación Interna
- Preparativos Época de Huracanes/Inundaciones

Medidas a tomarse:

- Terremoto
- Aviso de Maremoto (tsunami), si aplica
- Escapes de Gas o Incendios
- Actos de Terrorismo
 - o Amenaza o Hallazgo de Artefacto Explosivo
 - o Ataques Químicos o Biológicos
 - o Ataques Nucleares o Radiológicos
- Emergencias de Salud Pública
- Emergencias Ambientales

Cuarta Parte

- Lista de Nombre y Teléfonos
- Lista de Teléfonos de Emergencias: Municipal y Estatal
- Otra Información Relevante

Universidad Interamericana de Puerto Rico

Modelo para Procedimiento de Desalojo

Base legal

La Ley Núm. 16 del 15 de agosto de 1975, según enmendada por la Ley 116 del 24 de junio de 1977 y la Ley Núm. 32 del 26 de julio de 1991, conocida como la Ley de Seguridad y Salud en el Trabajo de Puerto Rico.

Propósito

El propósito principal de un plan de desalojo es establecer una serie de procedimientos que faciliten movilizar con orden, seguridad y rapidez a todo el personal y visitantes que se encuentren dentro de las instalaciones, en caso de una emergencia, para salvaguardar sus vidas y garantizar su seguridad. Además, éste debe servir como instrumento para adiestrar al personal que trabaja en el mismo.

La necesidad de desalojar las instalaciones puede ser ocasionada por una diversidad de eventos o situaciones, tales como eventos naturales, tecnológicos o causados por seres humanos.

Dentro de los peligros o amenazas naturales resaltan ciclones tropicales, inundaciones, deslizamientos de terrenos, terremotos y maremotos. Dentro de los peligros tecnológicos resaltan los accidentes con materiales, equipos o sustancias peligrosas, los accidentes en los sistemas de transportación terrestre, acuática y aérea, los incendios en estructuras residenciales, comerciales e industriales cercanas al edificio y la contaminación del aire o agua. Dentro de los peligros asociados a las actividades humanas resaltan los motines, explosiones causadas por el uso intencional de artefactos explosivos, el terrorismo y bio-terrorismo.

Cada tipo de peligro o amenaza encierra diversas características o condiciones, por lo cual los procedimientos utilizados deberán ajustarse a tales características o condiciones.

A. Definiciones

Emergencia – Evento que interrumpe las funciones de trabajo y que puede afectar o causar daños a los empleados, visitantes, estructura física y equipos.

Orden de Desalojo – Orden emitida para que todos los empleados y visitantes desalojen el edificio o el área.

Activación de Alarma – Es cuando un sonido y luces nos indican que una situación de emergencia se ha originado y que deben responder a ese llamado, comenzando con el desalojo del lugar.

Plano de Desalojo – Plano ubicado en cada piso, el cual indica la dirección que debe seguir el personal y visitantes en caso de ocurrir un desalojo. El mismo refleja las puertas de salidas a utilizarse al momento de la emergencia.

Personal de Seguridad – Supervisor o empleado encargado de ayudar al Director o Supervisor durante el desalojo, cuya responsabilidad es guiar a las personas para que salgan del edificio.

Coordinadores de Desalojo – Encargado de dirigir el desalojo del edificio en su área.

Salidas de Emergencia – Puertas de salida identificadas como tales a ser utilizadas cuando se ordene un desalojo, las cuales están rotuladas.

Lugar Primaria de Reunión – Es el área designada cerca del edificio donde deben ubicarse todos los empleados y visitantes durante un desalojo.

Lugar Alterno de Reunión – Área designada alterna que se utilizará si el lugar primario no es seguro en la emergencia.

Hoja de Asistencia – Empleado designado por Director de Oficina que será responsable de llevar consigo la lista de los empleados y la hoja de registro de visitantes.

B. Medidas generales

1. En cada uno de los pasillos deberán estar colocados los planos de desalojo que identificarán las rutas de salidas. Esos deben ser visibles y no pueden estar obstruidos en ningún momento.
2. Las salidas de emergencia deberán estar identificadas.
3. Las escaleras y pasillos deben tener luces de emergencias. Los sistemas de alarma tienen que estar instalados y en buenas condiciones en todo momento.
4. Toda puerta identificada como salida de emergencia tiene que estar sin seguro en todo momento.
5. Hay que conocer el número de personas que se estarían desalojando en la unidad y el lugar de reunión primario y alterno. Aquellas unidades que tienen multipisos deberán conocer la cantidad de personas por piso.

6. Cuando surge la emergencia y se activa el grupo coordinador de desalojo, estos colaboradores tienen que estar adiestrados en cuáles son sus responsabilidades.

7. En caso de desalojo nunca se utilizarán los ascensores.

C. Medios de Comunicación para la Activación de un Desalojo

1. Sistema de Alarma
2. Cuadro Telefónico
3. Sistema de Intercom
4. Informar al área personalmente
5. Megáfono
6. Sistema de Alerta

D. Cadena de Mando en Desalojo

1. Ejecutivo Principal
2. Vicepresidente de Gerencia, Finanzas y Servicios Sistemáticos
3. Decano de Administración
4. Vicepresidente Asociado de Gerencia, Finanzas y Servicios Sistemáticos
5. Decano Asociado de Administración
6. Director de Conservación
7. Director de Seguridad

E. Sistema de Alarma

1. Cada Unidad determinará quién es la persona responsable de identificar en el panel de seguridad la causa de la alarma. La persona procederá de inmediato a evaluar la situación, y comunicará el resultado al Decano de Administración.
2. De ser necesario se activarán los medios de comunicación para comenzar con el procedimiento de desalojo.
3. De detectarse que la activación de la alarma es una falsa alarma se procederá de inmediato a notificar al personal, mediante los sistemas establecidos de comunicación, y desactivar a las Agencias Estatales correspondientes.

F. Responsabilidades Plan de Desalojo

1. Es responsabilidad de todos los empleados y estudiantes conocer el procedimiento de desalojo de su unidad. Además, deberán conocer las rutas de salidas primarias y alternas, así como el lugar de reunión que le corresponde.
2. Cuando comienza un desalojo las personas deberán salir en forma ordenada y seguir las instrucciones de los coordinadores del desalojo.
3. Las personas responsables de llevar la lista de visitantes y asistencias de actividades que se estén realizando en la unidad, deberán llevar esta hoja consigo al punto de reunión, para cuando se realice el cotejo.
 - Los profesores son responsables de tener la lista de estudiantes que en el momento de la emergencia estén en su clase.
 - Los supervisores serán responsable de tener la asistencia de sus empleados.
4. No se permitirá el regreso al interior del edificio hasta que la persona responsable dé las instrucciones de regreso.

Universidad Interamericana de Puerto Rico

Ejercicios (Simulacros)

El valor real de un ejercicio estriba en la experiencia adquirida a través de la planificación y desarrollo del mismo, así como en los cambios o modificaciones que sean necesarios al Plan de Contingencia u Operacional para el manejo de situaciones de emergencias. De esa forma mejoramos nuestro estado de preparación para enfrentar diversas situaciones de emergencias reales.

Propósito Ejercicios

- ☐ Probar los planes de Contingencias u Operacionales
- ☐ Adiestrar al personal de respuesta
- ☐ Obligación Legal o Reglamentaria
- ☐ Identificar debilidades o limitaciones en el proceso de planificación y desarrollo del plan
- ☐ Identificar limitaciones en los recursos
- ☐ Mejorar la coordinación entre funcionarios, departamentos, agencias y entidades
- ☐ Esclarecer responsabilidades y roles
- ☐ Mejorar la capacidad de respuesta de los funcionarios, directores, coordinadores, entre otros.
- ☐ *¡Prepararse para una emergencia real!*

Beneficios Realizar Ejercicios

Los beneficios se obtienen a través de las experiencias de lidiar con las situaciones del ejercicio, de la evaluación realizada del mismo y de las acciones llevadas a cabo sobre las recomendaciones.

- ☐ Adiestra al personal – Permite que los empleados y coordinadores practiquen sus responsabilidades y roles.
- ☐ Mejoras al sistema – Los ejercicios permiten mejorar los sistemas de las entidades y organizaciones en el manejo de situaciones de emergencias.
- ☐ Nos permite evaluar las acciones de los participantes del ejercicio.
- ☐ Nos permite documentar observaciones positivas y negativas en el desarrollo del ejercicio.
- ☐ Un ejercicio tiene valor solamente si nos conduce a un mejoramiento.

Tipos de Ejercicios

A continuación los diferentes tipos de ejercicios (simulacros).

Seminario de Orientación

- ☐ No se considera propiamente un ejercicio, no obstante sirve para familiarizar a los participantes de un ejercicio con los planes de contingencia u operacionales así como con sus responsabilidades y roles.
- ☐ Familiariza a los participantes con el proceso de planificación de un ejercicio, sus metas y objetivos.

"Drill"

- ☐ Prueba una función o respuesta específica. Ejemplo: Ejercicios de Desalojo o Protección en Caso de Terremoto.
- ☐ Usualmente sólo participan las personas que forman parte de una oficina, departamento, entidad u organización.
- ☐ Usualmente es evaluado de una manera informal, fundamentándose en observaciones generales

Ejercicio de Mesa

- ☐ Tipo de ejercicio que simula una situación de emergencia de una manera informal y en un ambiente libre de tensiones.
- ☐ Los participantes discuten problemas generales y los procedimientos incluidos en el Plan Operacional o Contingencia en el contexto de un escenario de emergencia.
- ☐ Puntualiza en la familiarización y adiestramiento de los participantes con las responsabilidades, roles y procedimientos.
- ☐ Generalmente es evaluado por observadores.

Ejercicio Funcional

- ☐ Tipo de Ejercicio que simula una situación de emergencia de la manera más real posible.
- ☐ Según su nombre sugiere, su propósito es probar o evaluar la capacidad de una o más funciones en el contexto de un evento o situación de emergencia.
- ☐ Prueba una o varias funciones incluidas en el Plan Operacional o Contingencia.
- ☐ Generalmente es evaluado con la participación de observadores.
- ☐ Se activan los Centros Operacionales de Emergencias.
- ☐ Los participantes en este tipo de ejercicio son aquellos empleados que tienen la responsabilidad de coordinar o tomar decisiones claves en los Centros Operacionales de Emergencias.

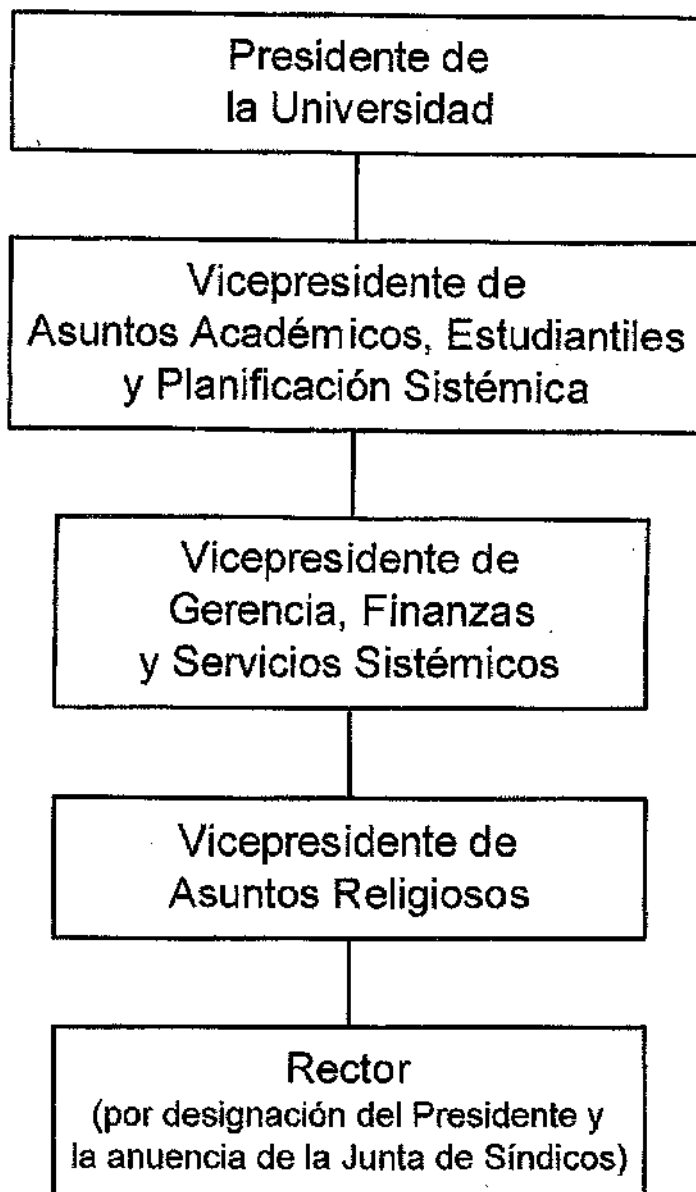
- ☐ Las situaciones son generadas a través de mensajes.
- ☐ Se realiza en tiempo real.
- ☐ No conlleva la movilización de personal, recursos ni suministros.
- ☐ Permite determinar o evaluar:
 - Si los planes, procedimientos y roles son adecuados.
 - El sistema operacional para el manejo de situaciones de emergencias así como de los participantes en el ejercicio.
 - El proceso de toma de decisiones.
 - La comunicación e intercambio de información.
 - Si los recursos disponibles son adecuados para atender la situación de emergencia.

Ejercicio a Gran Escala (*Full Scale*)

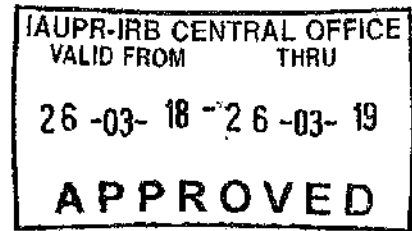
- ☐ Es un ejercicio diseñado para ser lo más cercano posible a la realidad.
- ☐ Consume mucho tiempo en su diseño, planificación y coordinación.
- ☐ Se lleva a cabo sobre el terreno, utilizando al máximo posible el personal y el equipo que sería necesario utilizar para atender unas situaciones de emergencias reales.
- ☐ Se desarrolla tanto en los Centros Operacionales de Emergencias como en las diversas situaciones o escenas.
- ☐ Intenta lograr realismo a través de:
 - Acciones y decisiones en la escena.
 - Víctimas simuladas.
 - Actividades de Búsqueda y Rescate.
 - Movimiento de equipo.
 - Asignación de personal y recursos.
- ☐ Es evaluado de una manera formal.
- ☐ Para ser útil y efectivo debe ser la culminación de un programa de ejercicios progresivos, desarrollados según haya crecido la capacidad de la organización.

Universidad Interamericana de Puerto Rico

Sistema Universitario



Apéndice G.
Carta de aprobación de la Junta de Revisión Institucional de la Universidad
Interamericana de Puerto Rico



DATE: March 26, 2018

TO: Pedro Rosa - De Jesus, Ed. D.
FROM: IAUPR Institutional Review Board

PROJECT TITLE: [1200020-1] Nivel de razonamiento geometrico y dominio metodologico de las etapas segun la teoria de los niveles de van Hiele (1984) y van Hiele-Geldolf (1957), de maestros de Matematicas segun el nivel escolar.

REFERENCE #: SG
SUBMISSION TYPE: New Project

ACTION: APPROVED
APPROVAL DATE: March 26, 2018
EXPIRATION DATE: March 26, 2019
REVIEW TYPE: Expedited Review

REVIEW CATEGORY: Expedited review category # 1

This letter is to inform you that the IAUPR Institutional Review Board has **APPROVED** your submission. This approval is based on an appropriate risk/benefit ratio and a project design wherein the risks have been minimized. All research must be conducted in accordance with this approved submission.

This submission has received Expedited Review based on the applicable federal regulation.

The following conditions must be taken into account:

1. Remember that informed consent is a process beginning with a description of the project and insurance of participant understanding followed by a signed consent form. Informed consent must continue throughout the project via a dialogue between the researcher and research participant. **Federal regulations require that each participant receives a copy of the consent document.**
2. Please note that any revisions to previously approved materials must be approved by the IAUPR IRB prior to initiation and human subject's inclusion. Please use the appropriate revision forms for this procedure.*
3. All **UNANTICIPATED PROBLEMS** involving risks to subjects or **SERIOUS** and **UNEXPECTED** adverse events must be reported promptly to this office. Please use the appropriate reporting forms for this procedure. If applicable, all FDA as well as, sponsor reporting requirements should also be followed.
4. All **NON-COMPLIANCE** issues or **COMPLAINTS** regarding this project must be reported promptly to this office.*

5. The researcher must submit a report of findings within 30 days after the expiration day of the IRB approval if no continuing review is been requested to further continue the protocol.*
6. This project has been determined to be a Minimal Risk project. Based on the risks, this project requires continuing review by this committee on an annual basis. Please use the appropriate forms for this procedure. Your documentation for continuing review must be received with sufficient time for review and continued approval before the expiration date of March 26, 2019.
7. Please note that all research records must be retained for a minimum of three years after the completion of the project.*

If you have any questions, please contact the IAUPR Institutional Review Board at 787-766-1912 exts. 2213, 2241 or jri@inter.edu. Please include your project title and reference number in all correspondence with this committee.

Important notices (Spanish):

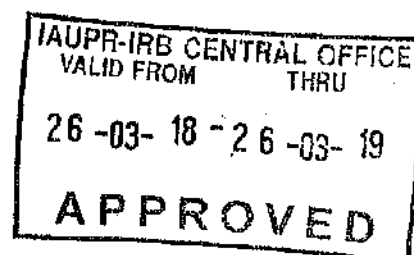
Revisiones o modificaciones a todo documento o material previamente autorizado por la JRI deberá ser sometido a la Junta para revisión y autorización previo a incluir sujetos humanos o aplicar los procesos a los sujetos humanos.

Cualquier evento adverso o problemas no anticipados deberán ser reportados a la JRI con prontitud.

Será responsabilidad del investigador someter un reporte final de hallazgos dentro de 30 días luego de la fecha de expiración de la autorización del protocolo si no se ha solicitado una revisión de continuación del protocolo a la JRI.

Deberá mantener en archivo todos los documentos relacionados por un periodo de tres años luego de la fecha de expiración del protocolo.

This letter has been electronically signed in accordance with all applicable regulations, and a copy is retained within Inter American University of Puerto Rico's Institutional Review Board records.



Apéndice H.
**Solicitud de autorización para traducir y utilizar el *van Hiele Geometry Test* y la
respuesta del autor**

Pedro Rosa pedrorosa2000@yahoo.com

Jun 7 at 4:38 PM

To Zalman Usiskin

Good afternoon, Dr. Usiskin!

The purpose of this letter is to ask for your permission to translate in Spanish and use the Van Hiele Geometry Test in my doctoral research.

The title of my research is: "Level of the geometric reasoning and methodological domain of the van Hiele levels theory in the secondary level math teachers".

I would like to know the level of geometric reasoning in math teachers, proposed by Pierre van Hiele in his theory.

My intention is to administrate the VHGT instrument to 45 teachers. You will have my word that I will write the copyright statement in each page of the instrument. After the research is done, I will send you a copy of the results using the VHGT instrument.

Thank you

Mr. Pedro Juan Rosa-De Jesus, M.A.

PS With all due respect sir, I need a certified letter from the university of Chicago with your permission, via e-mail.



UCSMP

The University of Chicago School Mathematics Project

1427 East 60th Street, Chicago, IL 60637

(773) 702-1130 • FAX (773) 834-4665 • ucsmp@uchicago.edu

June 11, 2016

Mr. Pedro J. Rosa – De Jesus

Student, Universidad Interamericana de Puerto Rico – Recinto de San Germán

P.O. Box 10262

Ponce, P.R. 00732

Dear Mr. Rosa – De Jesus:

We are pleased to give you permission to translate the CDASSG van Hiele Geometry Test into Spanish and use it in your doctoral research as you described in your e-mails of March 24, 2015 and June 7, 2016.

We understand that the title of your research is: "Level of the geometric reasoning and methodological domain of the van Hiele levels theory in the secondary level math teachers" or something similar, and that your intent is to administrate the VHGT instrument to approximately 45-60 teachers."

Please follow the instructions as given at <http://ucsmp.uchicago.edu/resources/van-hiele/> regarding the copyright designation. We would appreciate a copy of any results that you write up in your dissertation or other report. Please also supply us with a copy of the Spanish translation of the van Hiele Geometry Test that you used in your study. Digital copies will suffice.

Best wishes for a successful study.

Sincerely,

Zalman Usiskin

Professor Emeritus of Education

Director, University of Chicago School Mathematics Project

Apéndice I.

**Validación de la traducción del instrumento de medición por expertos del
Departamento de Lenguas y Literaturas de la Universidad Interamericana de
Puerto Rico, Recinto de San Germán**

Universidad Interamericana de Puerto Rico
Recinto de San Germán
Departamento de Educación y Educación Física
Programa Doctoral en Educación

DOCUMENTO APROBACIÓN POR EXPERTOS

Por la presente yo, Carol N. Moe, en mi
calidad de Catedrática Asociada de inglés de la
Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recinto de San Germán, San Germán, Puerto
Rico

X apruebo

la traducción de la Prueba de Geometría de van Hiele el cual será administrado a
maestros de Matemáticas como parte de la investigación: "Nivel de razonamiento
geométrico y dominio metodológico de las etapas según la Teoría de los niveles de van
Hiele y van Hiele-Geldolf (1957, 1984), de maestros de Matemáticas, según el nivel
escolar", que va a realizar Pedro J. Rosa De Jesús como estudiante doctoral de la
Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recinto de San Germán.

Carol N. Moe

Firma

26 de sept de 2016

Fecha

Universidad Interamericana de Puerto Rico
Recinto de San Germán
Departamento de Educación y Educación Física
Programa Doctoral en Educación

DOCUMENTO APROBACIÓN POR EXPERTOS

Por la presente yo, José R. Sellar Aponte, en mi
calidad de profesor de inglés de la
Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recinto de San Germán, San Germán, Puerto
Rico

☒ apruebo

la traducción de la Prueba de Geometría de van Hiele el cual será administrado a
maestros de Matemáticas como parte de la investigación: "Nivel de razonamiento
geométrico y dominio metodológico de las etapas según la Teoría de los niveles de van
Hiele y van Hiele-Geldolf (1957, 1984), de maestros de Matemáticas, según el nivel
escolar", que va a realizar Pedro J. Rosa De Jesús como estudiante doctoral de la
Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recinto de San Germán.

José R. Sellar Aponte
Firma

19 de Septiembre de 2016
Fecha

Universidad Interamericana de Puerto Rico

Recinto de San Germán

Departamento de Educación y Educación Física

Programa Doctoral en Educación

DOCUMENTO APROBACIÓN POR EXPERTOS

Por la presente yo, Marta Viadas, en mi
calidad de Catedrática de la
Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recinto de San Germán, San Germán, Puerto
Rico

X apruebo

la traducción de la Prueba de Geometría de van Hiele la cual será administrada a
maestros de Matemáticas como parte de la investigación: "Nivel de razonamiento
geométrico y dominio metodológico de las etapas según la Teoría de los niveles de van
Hiele y van Hiele-Geldolf (1957, 1984), de maestros de Matemáticas, según el nivel
escolar", que va a realizar Pedro J. Rosa De Jesús como estudiante doctoral de la
Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recinto de San Germán.

Marta Viadas

Firma

26 de octubre de 2016

Fecha

Apéndice J.
Validación del instrumento de medición por expertos en Matemáticas

Universidad Interamericana de Puerto Rico
Recinto de San Germán
Departamento de Educación y Educación Física
Programa Doctoral en Educación

DOCUMENTO DE APROBACIÓN POR EXPERTOS

Por la presente yo, Liniz S. Llanos Vazquez, en mi
calidad de profesor del Dpto Matemáticas y C. de la
Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recinto de San Germán, San Germán, Puerto
Rico certifico que el Instrumento, Prueba de Geometría de van Hiele que será utilizado en
el estudio "Nivel de razonamiento geométrico y dominio metodológico de las etapas según
la Teoría de los niveles de van Hiele y van Hiele-Geldolf (1957, 1984), de maestros de
Matemáticas, según el nivel de escolar", el cual va a realizar Pedro J. Rosa de Jesús como
estudiante doctoral de la Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recinto de San
Germán, refleja el contenido del tema de razonamiento geométrico y dominio
metodológico, según van Hiele y van Hiele-Geldolf (1957, 1984). Además, responde al
propósito del estudio y son válidos para ser utilizado en los maestros de Matemáticas del
nivel elemental y secundario.

✓ apruebo

Liniz S. Llanos Vazquez

Firma

Dic 6/2016

Fecha

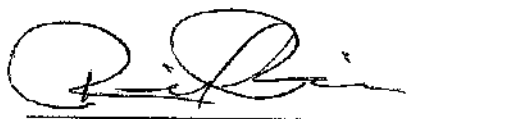
Universidad Interamericana de Puerto Rico
Recinto de San Germán
Departamento de Educación y Educación Física
Programa Doctoral en Educación

DOCUMENTO DE APROBACIÓN POR EXPERTOS

Por la presente yo, Dr. Richard Mercado Rivera, en mi
calidad de experto en matemáticas de la
Universidad Interamericana

certifico que el Instrumento, Prueba de Geometría de van Hiele que será utilizado en el estudio "Nivel de razonamiento geométrico y dominio metodológico de las etapas según la Teoría de los niveles de van Hiele y van Hiele-Geldolf (1957, 1984), de maestros de Matemáticas, según el nivel de escolar", el cual va a realizar Pedro J. Rosa de Jesús como estudiante doctoral de la Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recinto de San Germán, refleja el contenido del tema de razonamiento geométrico y dominio metodológico, según van Hiele y van Hiele-Geldolf (1957, 1984). Además, responde al propósito del estudio y son válidos para ser utilizado en los maestros de Matemáticas del nivel elemental y secundario.

✓
apruedo



Firma

7 de diciembre de 2016

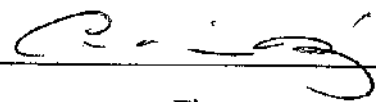
Fecha

Universidad Interamericana de Puerto Rico
Recinto de San Germán
Departamento de Educación y Educación Física
Programa Doctoral en Educación

DOCUMENTO DE APROBACIÓN POR EXPERTOS

Por la presente yo, Carlos R. Rosario Pérez, en mi
calidad de experto en el área de matemáticas y educación de la
Universidad de Puerto Rico (Aguadilla) y Dept. de Educación (Caguas)
certifico que el Instrumento, Prueba de Geometría de van Hiele que será utilizado en el
estudio "Nivel de razonamiento geométrico y dominio metodológico de las etapas según
la Teoría de los niveles de van Hiele y van Hiele-Geldolf (1957, 1984), de maestros de
Matemáticas, según el nivel de escolar", el cual va a realizar Pedro J. Rosa de Jesús como
estudiante doctoral de la Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recinto de San
Germán, refleja el contenido del tema de razonamiento geométrico y dominio
metodológico, según van Hiele y van Hiele-Geldolf (1957, 1984). Además, responde al
propósito del estudio y son válidos para ser utilizado en los maestros de Matemáticas del
nivel elemental y secundario.

✓ apruebo


Firma

9 de diciembre de 2016
Fecha

Apéndice K.
Prueba Piloto: *Prueba de Geometría de van Hiele* y clave

Prueba de Geometría de van Hiele*

Prueba Piloto

Direcciones

Favor de no abrir el sobre hasta que se le indique.

Esta prueba contiene 25 preguntas y 15 enunciados. No se espera que usted sepa todo lo que está contenido en esta prueba. Contestará la prueba hasta donde usted pueda.

Cuando se le indique comenzar, usted:

1. Completará la información de la primera parte de la prueba (datos del participante).
2. Leerá cada pregunta de la segunda parte de la prueba cuidadosamente.
3. Decidirá la contestación que usted piense es la correcta. Hay solamente una contestación correcta para cada pregunta. Favor marcar la letra correspondiente a su contestación.
4. Para dibujar o hacer cálculos puede usar la parte de atrás del papel.
5. Leerá cada enunciado de la tercera parte de la prueba cuidadosamente.
6. Hará una marca de cotejo ($\checkmark$) en la columna de **si**, si usted piensa que el enunciado corresponde a la metodología según la teoría de los niveles de van Hiele. Si usted piensa que el enunciado no corresponde a la metodología según la teoría de los niveles de van Hiele hará una marca de cotejo ($\checkmark$) en la columna de **no**.
7. Si desea cambiar una contestación, favor de borrar completamente la primera contestación.
8. Si necesita otro lápiz, favor de levantar la mano.
9. Tendrá 60 minutos para contestar esta prueba.

Instrumento de medición
Prueba de Geometría de van Hiele
Prueba Piloto

I. Datos del participante

1. Nivel escolar en Matemáticas:

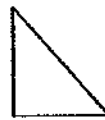
_____ Primario (4-6)

_____ Secundario (7-9)

II. Razonamiento geométrico

2. ¿Cuáles de éstos son cuadrados?

- a. K solamente
- b. L solamente
- c. M solamente
- d. L y M solamente
- e. Todos son cuadrados



K

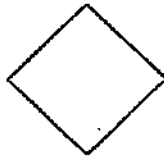


L



M

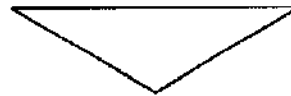
3. ¿Cuáles de éstos son triángulos?



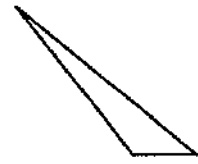
U



V



W



X

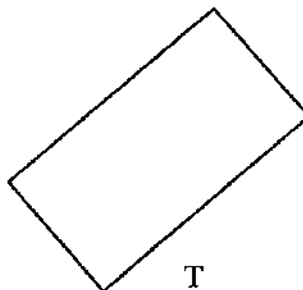
- a. Ninguno de éstos son triángulos
- b. V solamente
- c. W solamente
- d. W y X solamente
- e. V y W solamente

4. ¿Cuáles de éstos son rectángulos?

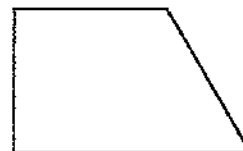
- a. S solamente
- b. T solamente
- c. S y T solamente
- d. S y U solamente
- e. Todos son rectángulos



S



T



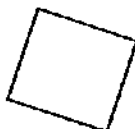
U

5. ¿Cuáles de éstos son cuadrados?

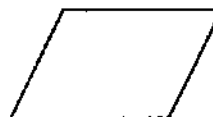
- a. Ninguno de éstos son cuadrados
- b. G solamente
- c. F y G solamente
- d. G e I solamente
- e. Todos son cuadrados



F



G



H



I

6. ¿Cuáles de éstos son paralelogramos?

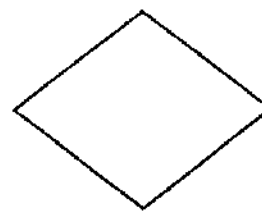
- a. J solamente
- b. L solamente
- c. J y M solamente
- d. Ninguno de éstos son paralelogramos
- e. Todos son paralelogramos



J



M

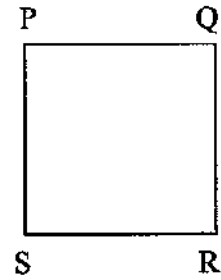


L

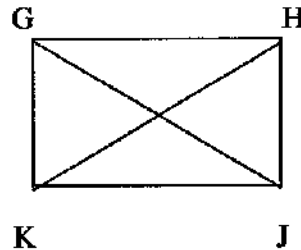
7. PQRS es un cuadrado.

¿Cuál relación es cierta en todos los cuadrados?

- a. $\overline{PR}$ y $\overline{RS}$ tienen la misma longitud.
- b. $\overline{QS}$ y $\overline{PR}$ son perpendiculares.
- c. $\overline{PS}$ y $\overline{QR}$ son perpendiculares.
- d. $\overline{PS}$ y $\overline{QS}$ tienen la misma longitud.
- e. Ángulo Q es mayor que ángulo R.



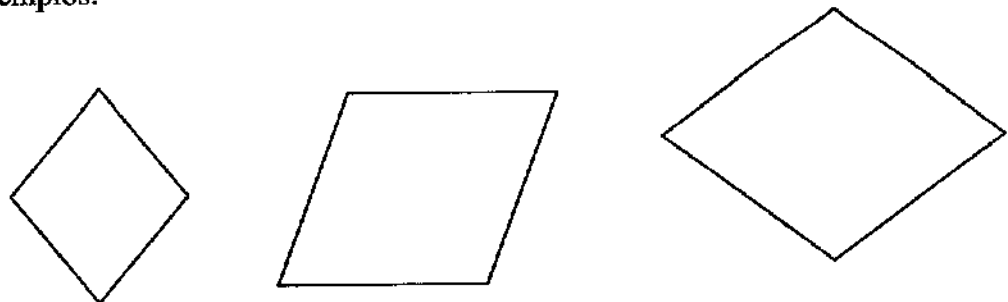
8. En el rectángulo GHJK, GJ y HK son las diagonales.



¿Cuál de las siguientes (a) – (d) no es cierta en todos los rectángulos?

- a. Tienen cuatro ángulos rectos.
- b. Tienen cuatro lados.
- c. Las diagonales tienen la misma longitud.
- d. Los lados opuestos tienen la misma longitud.
- e. Todas las anteriores son ciertas en todos los rectángulos.

9. Un rombo es una figura de 4 lados con todos los lados de la misma longitud. Aquí hay tres ejemplos:

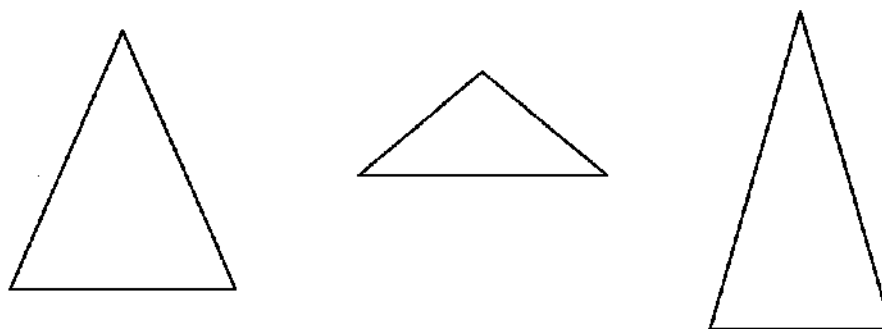


¿Cuáles de las siguientes (a) – (d) no es cierta en todos los rombos?

- a. Las dos diagonales tienen la misma longitud.
- b. Cada diagonal biseca dos ángulos del rombo.
- c. Las dos diagonales son perpendiculares.
- d. Los ángulos opuestos tienen la misma medida.
- e. Todas las anteriores (a) – (d) son ciertas en todos los rombos.

Usado con permiso de la Universidad de Chicago. Copyright 1980.

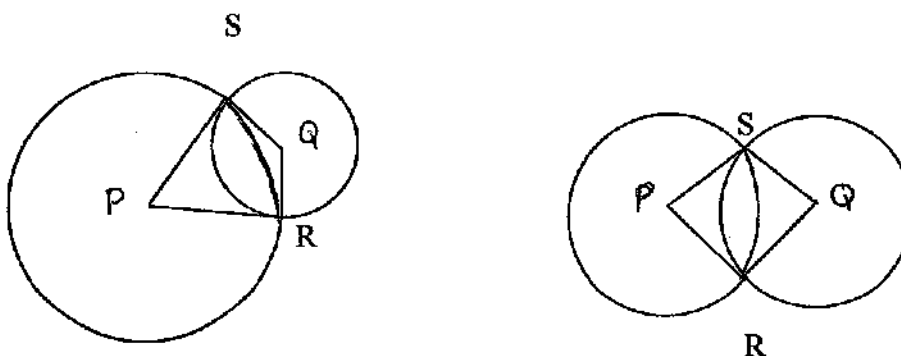
10. Un triángulo isósceles es un triángulo con dos lados de igual longitud. Aquí hay tres ejemplos:



¿Cuál de las siguientes (a) – (d) es cierta en todos los triángulos isósceles?

- a. Los tres lados deben tener la misma longitud.
- b. Un lado debe tener el doble de longitud de otro lado.
- c. Debe haber al menos dos ángulos con la misma medida.
- d. Los tres ángulos deben tener la misma medida.
- e. Ninguna de las anteriores (a) – (d) es cierta en todos los triángulos isósceles

11. Dos círculos con centros P y Q se intersectan en R y S para formar una figura de 4 lados, PRQS. Aquí hay dos ejemplos.



¿Cuál de las siguientes (a) – (d) no siempre es cierta?

- a. PQRS siempre tendrá dos pares de lados de igual longitud.
- b. PQRS siempre tendrá al menos dos ángulos de igual medida.
- c. Los segmentos PQ y RS siempre serán perpendiculares.
- d. Ángulos P y Q siempre tendrán la misma medida.
- e. Todas las anteriores (a) – (d) son ciertas

12. Aquí hay dos enunciados:

Enunciado 1: La figura F es un rectángulo.

Enunciado 2: La figura F es un triángulo.

¿Cuál es la correcta?

- a. Si la 1 es cierto, entonces la 2 es cierto.
- b. Si la 1 es falso, entonces la 2 es cierto.
- c. 1 y 2 no pueden ser ambos ciertos.
- d. 1 y 2 no pueden ser ambos falsos.
- e. Ninguna de las anteriores (a) - (d) es correcta.

13. Aquí hay dos enunciados:

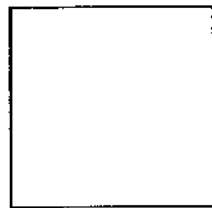
Enunciado S: Triángulo ABC tiene tres lados de igual longitud.

Enunciado T: En el triángulo ABC, ángulo B y ángulo C tienen la misma medida.

¿Cuál es la correcta?

- a. Los enunciados S y T no pueden ser ambos ciertos.
- b. Si S es cierto, entonces T es cierto.
- c. Si T es cierto, entonces S es cierto.
- d. Si S es falso, entonces T es falso.
- e. Ninguna de las anteriores (a) - (d) es correcta.

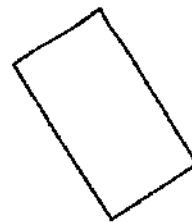
14. ¿Cuáles de los siguientes pueden ser llamados rectángulos?



P



Q



R

- a. Todos
- b. Q solamente
- c. R solamente
- d. P y Q solamente
- e. Q y R solamente

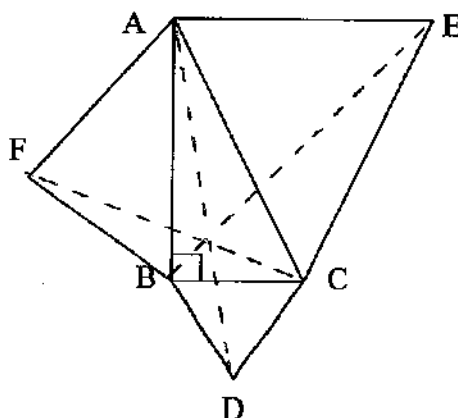
15. ¿Cuál de las siguientes es cierta?

- a. Todas las propiedades de los rectángulos son propiedades de todos los cuadrados.
- b. Todas las propiedades de los cuadrados son propiedades de todos los rectángulos.
- c. Todas las propiedades de los rectángulos son propiedades de todos los paralelogramos.
- d. Todas las propiedades de los cuadrados son propiedades de todos los paralelogramos.
- e. Ninguna de las anteriores (a) – (d) es cierta.

16. ¿Qué tienen todos los rectángulos que algunos paralelogramos no tienen?

- a. lados opuestos iguales
- b. diagonales iguales.
- c. lados opuestos paralelos.
- d. ángulos opuestos iguales.
- e. ninguna de las anteriores (a) – (d).

17. Aquí hay un triángulo recto ABC. Los triángulos equiláteros ACE, ABF y BCD han sido construidos en los lados de ABC.



De ésta información, se puede probar que $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ y $\overline{CF}$ tienen un punto en común. ¿Qué te diría a ti esta prueba?

- a. Solamente en este triángulo dibujado podemos estar seguros que $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ y $\overline{CF}$ tienen un punto en común.
- b. En algunos, pero no en todos los triángulos rectos, $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ y $\overline{CF}$ tienen un punto en común.
- c. En cualquier triángulo recto, $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ y $\overline{CF}$ tienen un punto en común.
- d. En cualquier triángulo, $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ y $\overline{CF}$ tienen un punto en común.
- e. En cualquier triángulo equilátero, $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ y $\overline{CF}$ tienen un punto en común.

Usado con permiso de la Universidad de Chicago. Copyright 1980.

18. Aquí hay tres propiedades de una figura:

Propiedad D: Esta tiene diagonales de igual longitud.

Propiedad S: Es un cuadrado.

Propiedad R: Es un rectángulo.

¿Cuál de las siguientes es cierta?

- a. D implica S la cual implica R.
- b. D implica R la cual implica S.
- c. S implica R la cual implica D.
- d. R implica D la cual implica S.
- e. R implica S la cual implica D.

19. Aquí hay dos enunciados:

I. Si una figura es un rectángulo, entonces sus diagonales se bisecan una a la otra.

II. Si las diagonales de una figura se bisecan una a la otra, la figura es un rectángulo.

¿Cuál de las siguientes es cierta?

- a. Para probar que I es cierta, es suficiente probar que II es cierta.
- b. Para probar que II es cierta, es suficiente probar que I es cierta.
- c. Para probar que II es cierta, es suficiente encontrar un rectángulo cuyas diagonales se bisecan una a la otra.
- d. Para probar que II es falsa, es suficiente encontrar una figura que no sea un rectángulo cuyas diagonales se bisecan una a la otra.
- e. Ninguna de las anteriores (a) – (d) es correcta.

20. En Geometría:

- a. Cada término puede ser definido y cada enunciado verdadero puede ser probado como cierto.
- b. Cada término puede ser definido pero es necesario asumir que ciertos enunciados son verdaderos.
- c. Algunos términos pueden quedarse indefinidos pero cada enunciado verdadero puede ser probado como cierto.
- d. Algunos términos pueden quedarse indefinidos y es necesario tener algunos enunciados los cuales se asume que son ciertos.
- e. Ninguna de las anteriores (a) – (d) es correcta.

21. Examine estos tres enunciados:

- (1) Dos rectas perpendiculares a la misma recta son paralelas.
- (2) Una recta que es perpendicular a una de dos rectas paralelas es perpendicular a la otra.
- (3) Si dos rectas están equidistantes, entonces éstas son paralelas.

En la figura abajo, está dado que las rectas m y p son perpendiculares y las rectas n y p son perpendiculares. ¿Cuál de los enunciados de arriba podría ser la razón para que la recta m sea paralela a la recta n ?

- a. La (1) solamente
- b. La (2) solamente
- c. La (3) solamente
- d. La (1) ó la (2)
- e. La (2) ó la (3)



22. En la Geometría-F, una que es diferente a la Geometría a la cual estás acostumbrado(a), hay exactamente cuatro puntos y seis rectas. Cada recta contiene exactamente dos puntos. Si los puntos son P , Q , R y S , las rectas son $\{P, Q\}$, $\{P, R\}$, $\{P, S\}$, $\{Q, R\}$, $\{Q, S\}$ y $\{R, S\}$

• P

Q •

R •

• S

A continuación se cómo las palabras “intersecar” y “paralela” son usadas en la Geometría-F. Las rectas $\{P, Q\}$ y $\{P, R\}$ se intersecan en P porque $\{P, Q\}$ y $\{P, R\}$ tienen a P en común. Las rectas $\{P, Q\}$ y $\{R, S\}$ son paralelas porque éstas no tienen puntos en común.

De esta información, ¿Cuál es la respuesta correcta?

- a. $\{P, R\}$ y $\{Q, S\}$ se intersecan.
- b. $\{P, R\}$ y $\{Q, S\}$ son paralelas
- c. $\{Q, R\}$ y $\{R, S\}$ son paralelas.
- d. $\{P, S\}$ y $\{Q, R\}$ se intersecan.
- e. Ninguna de las anteriores (a) – (d) es correcta.

23. Trisecar un ángulo significa dividir el ángulo en tres partes de igual medida. En 1847, P.L. Wantzel probó que, en general, es imposible trisecar ángulos usando solamente un compás y una regla sin marcas. De esta prueba, ¿qué puedes concluir?

- a. En general, es imposible bisecar ángulos usando solamente un compás y una regla sin marcas.
- b. En general, es imposible trisecar ángulos usando solamente un compás y una regla marcada.
- c. En general, es imposible trisecar ángulos usando cualquier instrumento para dibujar.
- d. Todavía es posible que en el futuro alguien encuentre una forma general para trisecar ángulos usando solamente un compás y una regla sin marcas.
- e. Nadie podrá ser capaz de encontrar un método general para trisecar ángulos usando solamente un compás y una regla sin marcas.

24. Existe una Geometría inventada por un matemático J donde lo siguiente es cierto:

La suma de las medidas de los ángulos de un triángulo es menor que 180° .

¿Cuál de las siguientes es correcta?

- a. J cometió un error en la medición de los ángulos del triángulo.
- b. J cometió un error en el razonamiento lógico.
- c. J tiene una idea errónea de lo que significa “verdadero”.
- d. J comenzó con diferentes suposiciones de aquellas que son usuales en la Geometría.
- e. Ninguna de las anteriores (a) – (d) es correcta.

25. Dos libros de Geometría definen la palabra rectángulo de diferentes maneras.

¿Cuál de las siguientes es verdadera?

- a. Uno de los libros tiene un error.
- b. Una de las definiciones es incorrecta. No puede haber dos definiciones diferentes para rectángulo.
- c. Los rectángulos en uno de los libros deben tener propiedades diferentes de aquellas que están en el otro libro.
- d. Los rectángulos en uno de los libros deben tener las mismas propiedades que aquellas que están en el otro libro.
- e. Las propiedades de los rectángulos en los dos libros deben ser diferentes.

26. Supongamos que has probado los enunciados I y II.

I. Si p, entonces q.

II. Si s, entonces no q.

¿Qué enunciado prosigue a los enunciados I y II?

- a. Si p, entonces s.
- b. Si no p, entonces no q.
- c. Si p o q, entonces s.
- d. Si s, entonces no p.
- e. Si no s, entonces p.

Usado con permiso de la Universidad de Chicago. Copyright 1980.

III. Metodología en Geometría

Lea cada enunciado cuidadosamente. Hará una marca de cotejo (✓) en la columna de **Sí**, si piensa que el enunciado corresponde a la metodología según la teoría de los niveles de van Hiele. Hará una marca de cotejo (✓) en la columna de **No**, si piensa que el enunciado **no** corresponde a la metodología según la teoría de los niveles de van Hiele.

Enunciado	Sí	No
27. El maestro le presenta al estudiante algunos cubos de diferentes tamaños para que indique cuantas regularidades perciben a través de estos.		
28. El maestro le permite al estudiante desarrollar el conocimiento de las formas geométricas a través de la manipulación de objetos materiales.		
29. El maestro le presenta al estudiante el origami (doblado de papel) para que este pueda elaborar figuras geométricas.		
30. El maestro le presenta al estudiante actividades que involucran el recorte con tijeras de figuras geométricas.		
31. El maestro le permite al estudiante diseñar las actividades geométricas a ser trabajadas en la sala de clases.		
32. El maestro permite al estudiante desarrollar una percepción más consciente del sentido geométrico.		
33. El maestro le permite al estudiante expresar en palabras los resultados del proceso de manipulación de objetos materiales.		

Enunciado	Sí	No
34. El maestro introduce en las clases de Geometría la terminología técnica necesaria.		
35. El maestro le enseña al estudiante a identificar la lógica que pueda tener un razonamiento geométrico.		
36. El maestro le permite al estudiante realizar pruebas geométricas de dos columnas por sí solo.		
37. El maestro le permite al estudiante llevar a cabo la manipulación de figuras geométricas en orden para que este pueda obtener los resultados deseados.		
38. El maestro realiza actividades geométricas en la sala de clases que aludan a la habilidad de inventar del estudiante.		
39. El maestro le permite al estudiante manejar las figuras geométricas para que sea capaz de verlas en la totalidad de sus propiedades.		
40. El maestro diseña problemas geométricos basados en la experiencia personal, situación real o que reflejan una situación real en conexión con las experiencias previas del estudiante.		
41. El maestro le asigna al estudiante una tarea para que pueda aplicar los principios geométricos y el vocabulario geométrico.		

RESPUESTAS A LOS EJERCICIOS DE LA PRUEBA

2) B	24) D
3) D	25) E
4) C	26) D
5) B	27) SI
6) E	28) SI
7) B	29) NO
8) E	30) SI
9) A	31) NO
10) C	32) SI
11) D	33) SI
12) C	34) SI
13) B	35) NO
14) A	36) NO
15) A	37) SI
16) B	38) SI
17) C	39) SI
18) C	40) NO
19) D	41) SI
20) D	
21) A	
22) B	
23) E	

Apéndice L.
Solicitud de autorización para la Prueba Piloto y respuesta del Recinto de San
Germán de la Universidad Interamericana de Puerto Rico

Pedro Rosa pedrorosa2000@yahoo.com

Jun 26 at 3:42 PM

To msp_sg@yahoo.com

Estimada Dra. Vázquez Pérez:

Reciba un cordial saludo. Mi nombre es Pedro J. Rosa de Jesús, y soy estudiante doctoral de la Universidad Interamericana de Puerto Rico, Recinto de San Germán. Mi Comité de Disertación está compuesto por la Dra. Elba T. Irizarry Ramírez, Presidenta y dos miembros: Dr. Álvaro LeCompte y el Dr. Santos Lisboa Medina. En la actualidad estoy completando la propuesta de investigación.

Para llevar a cabo mi investigación: "Nivel de razonamiento geométrico y dominio metodológico de las etapas según la Teoría de los niveles de van Hiele (1957, 1984), de maestros de Matemáticas del nivel secundario, según el tipo de maestro" es necesario realizar la siguiente técnica de investigación: Administración de la Prueba de Geometría de van Hiele. Solicito su autorización para llevar a cabo el estudio con los maestros de Matemáticas del programa MSP-SG. De necesitar información adicional, me puede escribir a: pedrorosa2000@yahoo.com.

Recabo su compromiso profesional y educativo. Agradezco la cooperación para llevar a cabo el estudio y poder completar los requisitos de mis estudios doctorales. Le saludo

Cordialmente,

Pedro J. Rosa De Jesús, M.A.

Estudiante Doctoral



Inter American University of Puerto Rico

San Germán Campus

The Math and Science Partnership for the Elementary and Middle School Teacher (MSP-SG)

5 de julio 2016

Prof. Pedro Rosa
Estudiante Programa Doctoral
Educación

PETICIÓN PARA UTILIZAR MAESTROS DE MSP-SG- GRUPO PILOTO

Saludos cordiales.

Es para mí de gran satisfacción el responder a su solicitud afirmativamente. Le autorizo Administrar la Prueba a los maestros de Matemáticas Nivel del 7-9 que participan en el Proyecto MSP-SG3. La participación de los maestros será de forma voluntaria y se estarán cumplimentando los documentos que se requieren para su participación.

Le deseamos éxito y la exhortamos a que continúe adelante.

Cordialmente,

Dra. Amalia Vázquez Pérez
Directora Proyecto MSP-SG
Profesora Dept. de Biología
Química y Ciencias del Ambiente

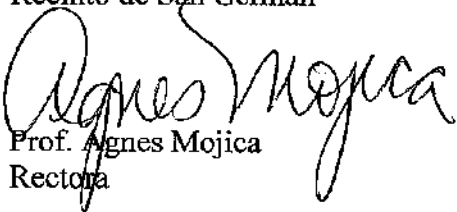


Universidad Interamericana de Puerto Rico

Recinto de San Germán

1 de febrero de 2017

Pedro J. Rosa De Jesús
Estudiante Doctoral – Programa de Educación
Recinto de San Germán


Prof. Agnes Mojica
Rectora

SOLICITUD DE AUTORIZACIÓN PARA REALIZAR INVESTIGACIÓN

Reciba un saludo cordial de nuestra parte.

Acusamos recibo de su carta donde nos solicita autorización para realizar la investigación *Nivel de razonamiento geométrico y dominio metodológico de las etapas según la teoría de los niveles de van Hiele y van Hiele-Geldolf (1957, 1984), de maestros de Matemáticas según el nivel escolar*. Le informamos por este medio que debe realizar los trámites necesarios relacionados con la Junta de Revisión Institucional. Una vez tenga dicha aprobación estaríamos disponibles a participar en el mismo.

Estamos a sus órdenes para aclarar cualquier duda relacionada a este asunto y le felicitamos por este proyecto.

c:

Dra. Amalia Vázquez
Directora – Programa MSP-SG

vsm

Apéndice M.
Hoja informativa incluida en la Prueba Piloto



Universidad Interamericana de Puerto Rico

Recinto de San Germán
Centro de Estudios Graduados

Estimado/a maestro/a:

Soy Pedro J. Rosa De Jesús, estudiante doctoral en Educación del Recinto de San Germán de la Universidad Interamericana de Puerto Rico. Durante el semestre pasado comencé mi disertación doctoral en el área de Enseñanza de Matemáticas. En la misma planifiqué estudiar el nivel de razonamiento geométrico y el dominio metodológico que tienen los maestros de Matemáticas, según los niveles de la teoría de van Hiele (1984) y van Hiele-Geldolf (1957).

El propósito de este estudio es determinar y relacionar el nivel de razonamiento geométrico y el dominio metodológico de los niveles según van Hiele (1984) y van Hiele-Geldolf (1957), por maestros de Matemáticas, y diferenciarlos según el nivel escolar o de enseñanza. De esta manera se pretende optimizar el rendimiento académico de los estudiantes en la materia de la Geometría y crear conciencia en los maestros sobre la manera en que se enseña la Geometría.

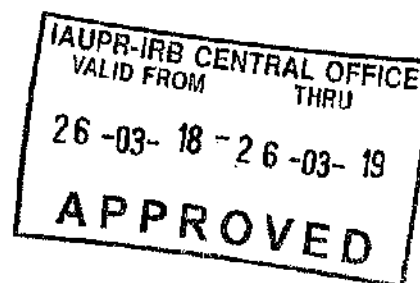
Por esta razón, solicito su cooperación para realizar la prueba piloto: Prueba de Geometría de van Hiele. Esta contiene tres partes: a) nivel escolar del participante, b) reactivos acerca del nivel de razonamiento geométrico, según la teoría de los niveles de van Hiele (1984) y van Hiele-Geldolf (1957), y c) reactivos sobre el nivel metodológico, según la teoría de los niveles de van Hiele (1984) y van Hiele-Geldolf (1957). Su participación en esta investigación será anónima y no habrá necesidad de identificarse, excepto por el nivel de enseñanza. Los datos obtenidos en la investigación se mantendrán en estricta confidencialidad. Al completar la prueba y depositarla en el buzón que se provee usted está accediendo a participar del proceso de investigación. Si no desea participar, no tiene que completar la prueba, ni entregarla.

Durante la administración de la prueba, puede merendar, levantarse de su asiento, estirarse y descansar brevemente si lo entiende necesario. Realizará la prueba de Geometría hasta donde usted pueda. Por favor, sea lo más honesto/a posible. Agradeceré su colaboración para la realización de esta investigación.

Cordialmente,

Pedro J. Rosa De Jesús

Pedro J. Rosa De Jesús
Candidato a Doctorado en Educación



Apéndice N.

Datos descriptivos correspondientes al dominio metodológico de los maestros de Matemáticas, de la teoría de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984)

Reactivo	n	X	Md	Mo	S	%
27. El maestro le presenta al estudiante algunos cubos de diferentes tamaños para que indique cuántas regularidades perciben a través de estos.	19	0.612	1	1	0.495	61
28. El maestro le permite al estudiante expresar en palabras los resultados del proceso de manipulación de objetos materiales.	27	0.870	1	1	0.341	87
29. El maestro le presenta al estudiante el origami para que pueda elaborar figuras geométricas.	8	0.258	0	0	0.445	26
30. El maestro le presenta al estudiante actividades que involucren el recorte con tijeras de figuras geométricas.	21	0.678	1	1	0.475	68
31. El maestro le permite al estudiante diseñar las actividades a ser trabajadas en la sala de clases.	12	0.387	0	0	0.495	39
32. El maestro permite al estudiante desarrollar una percepción más consciente del sentido geométrico.	27	0.871	1	1	0.341	87
33. El maestro le permite al estudiante expresar en palabras los resultados del proceso de manipulación de objetos materiales.	23	0.742	1	1	0.445	74
34. El maestro introduce en las clases de Geometría la terminología necesaria.	17	0.548	1	1	0.506	55
35. El maestro le enseña al estudiante a identificar la lógica que pueda tener un razonamiento geométrico.	4	0.129	0	0	0.341	13
36. El maestro le permite al estudiante realizar pruebas geométricas por sí solo.	12	0.387	0	0	0.495	39
37. El maestro le permite al estudiante llevar a cabo la manipulación de objetos en orden para que este pueda obtener los resultados deseados.	21	0.677	1	1	0.475	68
38. El maestro realiza actividades en la sala de clases que aludan a la habilidad de inventar del estudiante.	19	0.613	1	1	0.495	61
39. El maestro le permite al estudiante manejar las figuras geométricas para que sea capaz de verlas en la totalidad de sus propiedades.	26	0.839	1	1	0.374	84
40. El maestro diseña problemas basados en la experiencia personal, situación real o que reflejan una situación real en conexión con las experiencias previas del estudiante.	6	0.194	0	0	0.402	19

Reactivo	n	$\bar{X}$	Md	Mo	s	%
41. El maestro le asigna al estudiante una tarea para que pueda aplicar los principios geométricos y el vocabulario geométrico.	23	0.742	1	1	0.445	74
Promedio	17.67	0.570	1	1	0.438	57

Apéndice O.

Taller: Teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984) en la enseñanza de la Geometría

**Teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984)
en la enseñanza de la Geometría**

Por: Pedro J. Rosa De Jesús
© Derechos Reservados

Reflexión

Discusión

**¿Por qué los estudiantes no entienden o fracasan
un curso de Geometría?**

© Derechos Reservados

Visión del Programa de Matemáticas (DEPR, 2003)

- El Programa de Matemáticas visualiza al estudiante como un ser humano integral capaz de enfrentarse a la vida con una conciencia crítica que le capacite para enfrentarse a los cambios y tomar decisiones adecuadas en beneficio de la sociedad; esto es, un individuo útil, responsable consigo mismo, que promueva una cultura de respeto, de diálogo y de paz.

(DEPR, 2003)

© Derechos Reservados

Misión del Programa de Matemáticas (DEPR, 2003)

- Desarrollo del estudiante como un ser humano integral.
- Práctica de procesos efectivos para solucionar problemas.
- Aplicar el conocimiento y las destrezas adquiridas.
- Demostrar una actitud crítica, imaginativa y creativa al analizar situaciones diarias.

(DEPR, 2003)

© Derechos Reservados

¿Qué es un estándar?

¿Qué es un estándar?

- Un estándar es una afirmación o declaración que puede ser utilizada para juzgar la calidad de un currículo matemático o de métodos de evaluación; así los estándares son declaraciones de qué tiene valor y qué no lo tiene.
- Es la visión de lo que se pretende que los estudiantes sean capaces de hacer.

(DEPR, 2003)

© Derechos Reservados

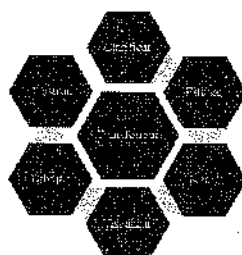
Estándar de Geometría (Contenido)

- El estudiante es capaz de identificar formas geométricas, analizar sus estructuras, características, propiedades y relaciones para entender y describir el entorno físico.

(DEPR, 2003)

© Derechos Reservados

Percepción espacial



La Geometría en el nivel elemental

- En el nivel II (cuarto a sexto), se amplía el estudio de la Geometría.
- Se establece la conexión entre los conceptos geométricos, los conceptos de numeración, de operación y de medición usando los conjuntos de los números cardinales, decimales y fraccionarios.

(DEPR, 2003)

© Derechos Reservados

La Geometría en el nivel intermedio

- En el nivel III (séptimo a noveno), la mayor cantidad de tiempo se dedica al contenido y los procesos de la Geometría y del Álgebra, ya que se comienza a formalizar el estudio de estas disciplinas.

(DEPR, 2003)

© Derechos Reservados

Enseñanza tradicional vs enseñanza no tradicional

Enseñanza tradicional

- Enfoque conductista (Skinner y Thorndike)
- Estudiante es recipiente de la información.
- Supuesto: el estudiante no conoce del tema a ser discutido en clase y puede aportar muy poco al desarrollo de conceptos y procesos.
- Clases deductivas.
- Instrucción es directa.
- Estudiante aprende la información y practica el método hasta incorporarse al pensamiento.

(DEPR, 2003)

© Derechos Reservados

Constructivismo

- Enfoque constructivista o cognoscitivo (Piaget y Vigotsky).
- Énfasis sobre la información que recibe el estudiante y la acomoda a su experiencia particular.
- Interacción del individuo y su ambiente.
- Aprendiz interpreta las experiencias educativas a la luz de su conocimiento.
- Estudiante construye su propio conocimiento, su propio significado y explicación de su entorno.

(DEPR, 2003)

© Derechos Reservados

Enfoque adoptado por el DEPR (2003)

- El Programa de Matemáticas del DEPR reconoce que el estudiante construye el conocimiento matemático a través de experiencias que aportan a que este establezca relaciones significativas entre lo que aprende y lo que conoce.

(DEPR, 2003)

© Derechos Reservados

Enseñanza tradicional vs enseñanza no tradicional

Teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1957, 1984)

- Teoría propuesta por Dina van Hiele-Geldof y Pierre Marie van Hiele en el año 1957.
- Está basada en las disertaciones doctorales realizadas por ambos en la Universidad de Utrecht, Holanda.
- La teoría fue elaborada en el libro: *Structure and Insight* (1986).
- La teoría describe cómo los estudiantes razonan en Geometría, especialmente con relación a las figuras geométricas.
- Esta teoría postula la existencia de cinco niveles en el razonamiento geométrico.
- Los niveles son producto de la experiencia y de la enseñanza, no de la edad, de acuerdo a Mason (1998).

© Derechos Reservados

Teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1957, 1984)

- Los niveles de razonamiento geométrico son:
 - a) Nivel 0 – Visualización, base o reconocimiento
 - b) Nivel 1 – Análisis
 - c) Nivel 2 – Abstracción, ordenamiento, clasificación o deducción informal
 - d) Nivel 3 – Deducción formal
 - e) Nivel 4 – Rigor matemático

© Derechos Reservados

Niveles de la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1957, 1984)

- **Nivel 0 – Visualización, base o reconocimiento** – En este nivel, las figuras son juzgadas por su apariencia. Las decisiones que tome el estudiante están basadas en la percepción y no en el razonamiento. En este nivel, el estudiante puede identificar una figura geométrica, el color que tenga la figura geométrica, cuántos tipos de figura hay, qué tamaño tiene, etc.
- Este nivel corresponde a los estudiantes que se encuentran en kindergarten, primero y segundo grado.

© Derechos Reservados

Niveles de la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1957, 1984)

- **Nivel 1 – Análisis** – En este nivel, el estudiante es capaz de reconocer las figuras de acuerdo a sus propiedades. Dichas propiedades no están todavía ordenadas. El estudiante puede descubrir las propiedades de las figuras a través de actividades de experimentación tales como medición, dibujos, trabajos con modelos, entre otras. Por ejemplo, el estudiante puede decir cuántos lados tiene una figura, semejanzas y diferencias entre las figuras, etc.
- Este nivel corresponde a los grados de tercero y cuarto.

© Derechos Reservados

Niveles de la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1957, 1984)

- **Nivel 2 – Abstracción, ordenamiento, clasificación o deducción informal** – En este nivel, el estudiante puede deducir una propiedad de otra porque en las figuras ya están ordenadas. Dichas propiedades se conectan de manera deductiva. Un conjunto de propiedades puede implicar otras propiedades. Por ejemplo, el estudiante puede clasificar triángulos por sus lados o por sus ángulos.
- En este nivel, se encuentran los estudiantes de quinto y sexto grado.

© Derechos Reservados

Niveles de la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1957, 1984)

- **Nivel 3 – Deducción formal** – En este nivel, el pensamiento geométrico tiene que ver con el significado de la deducción, recíproco de un teorema y axiomas. Aquí se aprenden a combinar postulados, axiomas, teoremas y definiciones para formar un sistema de pruebas formales. Por ejemplo, el estudiante puede calcular medida de un ángulo de un triángulo a partir de dos medidas dadas.
- En este nivel, se encuentran los estudiantes de séptimo y octavo grado, al igual que los estudiantes de escuela superior.

© Derechos Reservados

Niveles de la teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1957, 1984)

- **Nivel 4 – Rigor matemático** – En este nivel, el estudiante entiende la relación entre varios sistemas de Geometría. Se pueden comparar, analizar y crear pruebas bajo diferentes sistemas geométricos. Este nivel de pensamiento es el más alto y se alcanza un nivel de profundidad equivalente al que alcanzan los matemáticos. Por ejemplo, el estudiante puede explicar el teorema de Pitágoras sin usar un lenguaje geométrico.
- En este nivel, se encuentran los estudiantes universitarios que se especializan en Matemáticas.

© Derechos Reservados

Propiedades de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984)

- Los niveles de van Hiele tienen cinco propiedades:
 - a) **Secuencia fija** – los niveles son jerárquicos. No se puede saltar de un nivel a otro hasta haber demostrado dominio completo en un nivel (van Hiele, 1984).
 - b) **Contigüidad** – las propiedades que pueden ser intrínsecas en un nivel pueden convertirse en extrínsecas en el próximo (van Hiele, 1984).
 - c) **Distinción** – cada nivel de van Hiele tiene su propio lenguaje y su red de conexiones (van Hiele, 1984).
 - d) **Separación** – dos personas que razonan en dos niveles diferentes no pueden entenderse (van Hiele, 1984).

© Derechos Reservados

Propiedades de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984)

e) **Adquisición** – Se compone de cinco fases que giran de un nivel a otro en un tema dado. Estas fases son: Investigación, Orientación dirigida, Explicación, Orientación libre o Integración (van Hiele, 1984).

© Derechos Reservados

Fases de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984)

- **Fase 1 – Información** – En esta fase se trata de determinar o acercarse lo más posible a la situación real del estudiante.
- **Fase 2 – Orientación dirigida** – En esta fase los estudiantes comienzan a explorar el área de estudio por medio de investigaciones basadas en el material que se les ha proporcionado.
- **Fase 3 – Explicación** – Los estudiantes intercambian las regularidades que han observado y explican cómo han resuelto las actividades en un contexto de diálogo grupal.
- **Fase 4 – Orientación libre** – Aparecen más actividades complejas para aplicar lo anteriormente adquirido.

© Derechos Reservados

Fases de los niveles de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1984)

- **Fase 5 – Integración** – Se resumen todos los contenidos ya trabajados.

© Derechos Reservados

Referencias

- Departamento de Educación de Puerto Rico. (2003). *Marco Curricular Programa de Matemáticas*. San Juan, Puerto Rico: Instituto Nacional para el Desarrollo Curricular.
- Van Hiele, P.M. (1984). *The child's thought and geometry*. New York, New York: City University of New York.
- Van Hiele, P.M. (1986). *Structure and Insight*. Orlando, Florida: Academic Press.
- Van Hiele-Geldof, D. (1957). *The didactics of geometry in the lower class of the secondary school*. (ERIC Document Reproduction Service No. E1911871)

Taller: Teoría de van Hiele-Geldof (1957) y van Hiele (1957, 1984)

Fases para el tema: Triángulos. Nivel 0 (Visualización)

Fase 1: Información

El maestro y los estudiantes van a discutir la siguiente pregunta: ¿Qué es un triángulo? Esto permite al maestro conocer cuánto saben los estudiantes acerca del concepto triángulo.

Duración: 5 minutos.

Fase 2: Orientación dirigida

El maestro le presenta a los estudiantes diferentes figuras geométricas para que éstos puedan identificar cuáles de ellas corresponden a un triángulo. El maestro las puede dibujar en la pizarra o puede traer una cartulina con las figuras ya dibujadas.

Duración: 5 minutos.

Fase 3: Explicación

El maestro le presenta a los estudiantes varios triángulos para que éstos puedan descifrar o señalar las propiedades que pueden tener los triángulos. Para esto, el maestro puede dibujar triángulos escalenos, isósceles, equiláteros, agudos, rectos y obtusos, pero sin identificarlos. El maestro las puede dibujar en la pizarra o puede traer una cartulina con las figuras ya dibujadas.

Duración: 10 minutos.

Fase 4: Orientación libre

El maestro les presenta un triángulo cualquiera y les pide a los estudiantes que busquen la manera de calcular el área o la medida de la superficie del triángulo. Los estudiantes van a descubrir o encontrar la fórmula para calcular el área. El maestro no debe darles la fórmula a los estudiantes. Se supone que el maestro explicó el concepto de área anteriormente.

Duración: 10 a 15 minutos.

Fase 5: Integración

El estudiante realiza un resumen de todo el proceso por el cual pasó. Expresa en sus propias palabras qué aprendió del proceso (fases por las cuales pasó), especialmente del concepto triángulo.

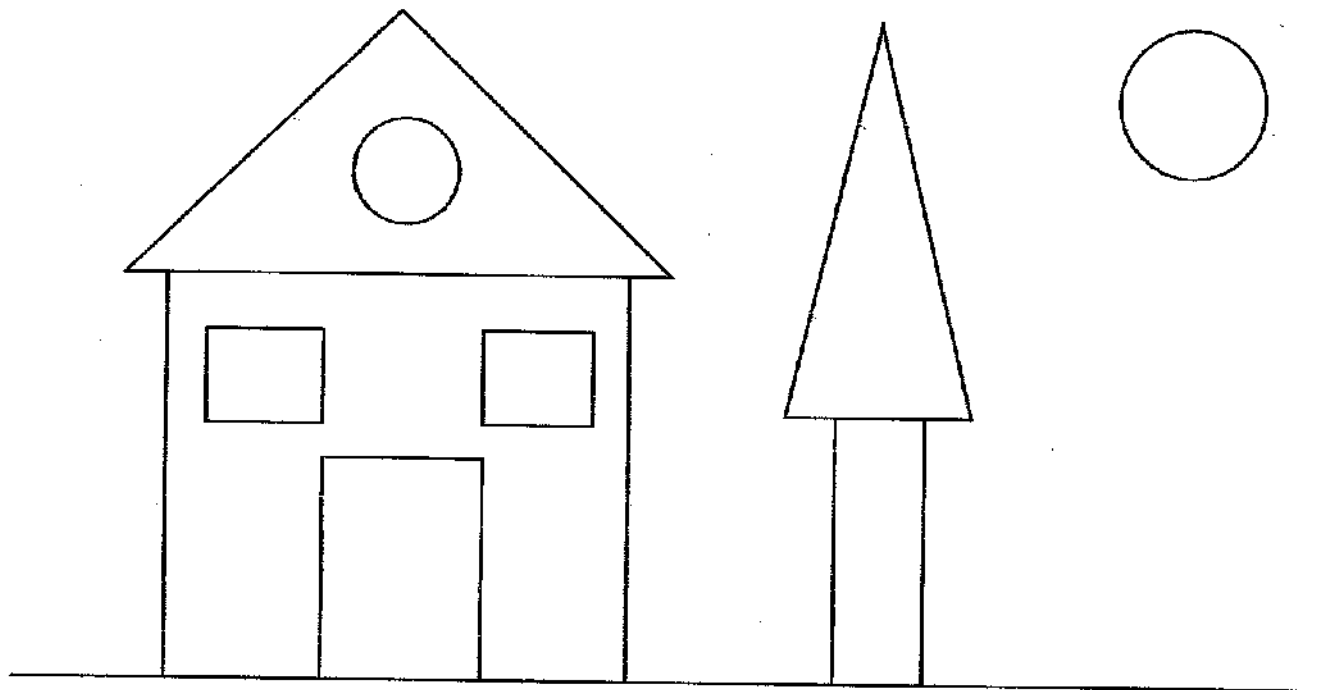
Duración: 10 minutos.

Nombre del estudiante: _____

Fecha: _____

Actividad para el tema: Triángulos. Nivel 0 (Visualización)

- A) Utiliza el siguiente dibujo para que identifiques todas las figuras geométricas que puedas encontrar.



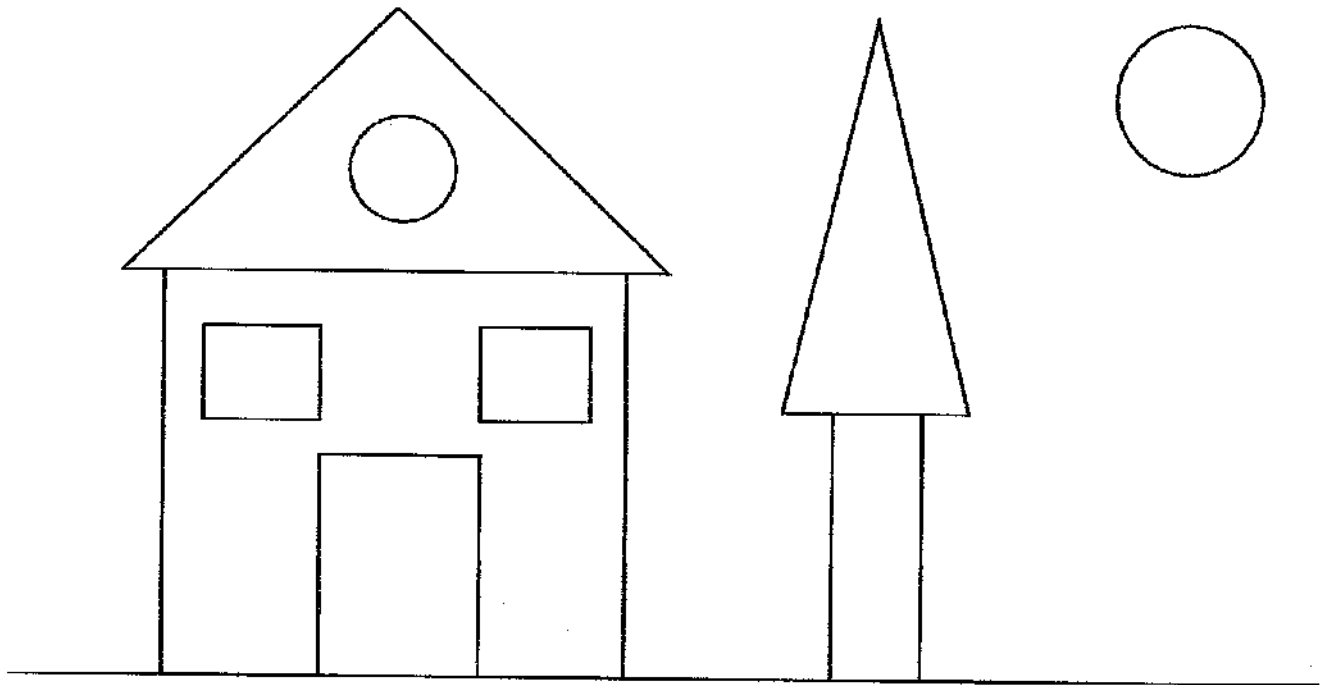
¿Cuántas figuras geométricas encontraste? Escribe los nombres de las figuras geométricas que viste y sus cantidades.

Nombre del estudiante: Clave

Fecha: _____

Actividad para el tema: Triángulos. Nivel 0 (Visualización)

A) Utiliza el siguiente dibujo para que identifiques todas las figuras geométricas que puedas encontrar.



¿Cuántas figuras geométricas encontraste? Escribe los nombres de las figuras geométricas que viste y sus cantidades.

Dos círculos, dos rectángulos, dos triángulos y tres cuadrados.

Fases para el tema: Triángulos. Nivel 1 (Análisis)

Fase 1: Información

El maestro y los estudiantes van a discutir la siguiente pregunta: ¿Un triángulo puede tener partes? Esto permite al maestro conocer cuánto saben los estudiantes acerca de los conceptos lados (aristas) y vértices.

Duración: 5 minutos.

Fase 2: Orientación dirigida

El maestro les presenta a los estudiantes varios triángulos para que éstos puedan identificar sus partes. El maestro las puede dibujar en la pizarra o puede traer una cartulina con las figuras ya dibujadas.

Duración: 5 minutos.

Fase 3: Explicación

El maestro les presenta a los estudiantes varios triángulos para que éstos puedan descifrar o señalar las relaciones que pueden tener los lados y vértices de los triángulos. Para esto, el maestro puede dibujar triángulos en tres dimensiones en la pizarra o puede traer una cartulina con las figuras ya dibujadas.

Duración: 10 minutos.

Fase 4: Orientación libre

El maestro les presenta un triángulo cualquiera y le pide a los estudiantes que busquen la manera de calcular el área de la superficie del triángulo como sólido geométrico. Los estudiantes van a descubrir o encontrar la fórmula para calcular el área. El maestro no debe darles la fórmula a los estudiantes. Se supone que el maestro explicó el concepto de área anteriormente.

Duración: 10 a 15 minutos.

Fase 5: Integración

El estudiante realiza un resumen de todo el proceso por el cual pasó. Expresa en sus propias palabras qué aprendió del proceso (fases por las cuales pasó), especialmente de los conceptos vértice, lado, área de superficie del triángulo y sólido geométrico.

Duración: 10 minutos.

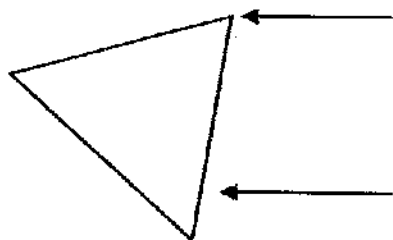
Nombre del estudiante: _____

Fecha: _____

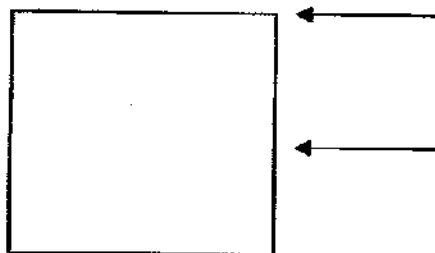
Actividad para el tema: Triángulos. Nivel 1 (Análisis)

A) Escribe el nombre de la figura geométrica. Luego identifica las partes que tiene cada figura geométrica.

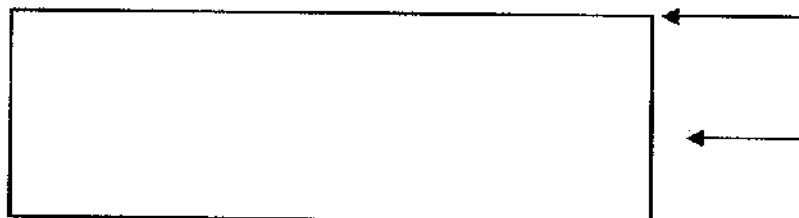
1)



2)



3)



Indica cuantos lados tiene cada figura. ¿Cuáles son las semejanzas y diferencias entre las figuras 1, 2 y 3 de la parte A? Es decir, ¿en que se parecen y en que se diferencian?

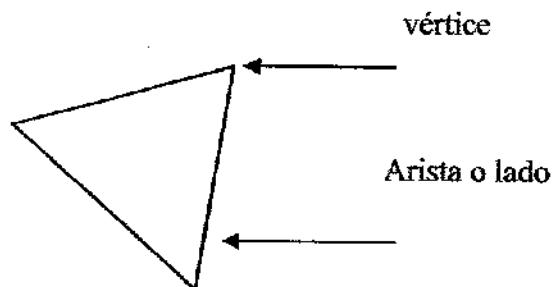
Nombre del estudiante: Clave

Fecha:

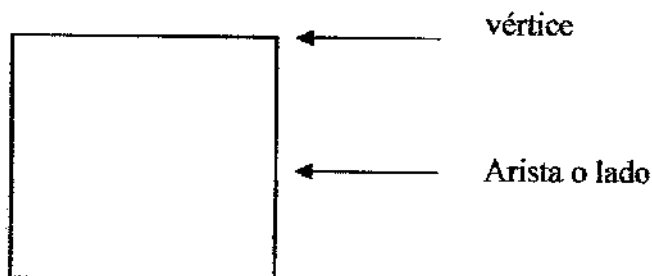
Actividad para el tema: Triángulos. Nivel 1 (Análisis)

A) Escribe el nombre de la figura geométrica. Luego identifica las partes que tiene cada figura geométrica.

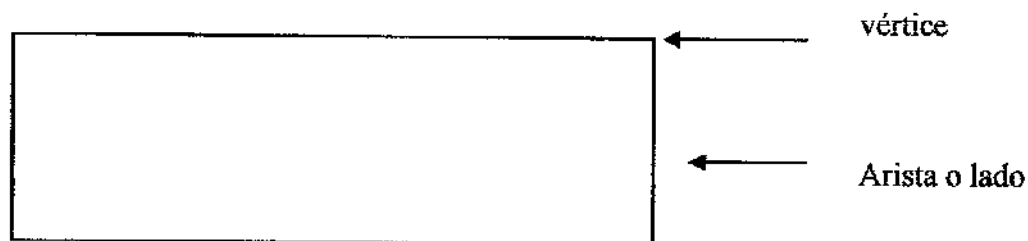
1)



2)



3)



Indica cuantos lados tiene cada figura. ¿Cuáles son las semejanzas y diferencias entre las figuras 1, 2 y 3 de la parte A? Es decir, ¿en qué se parecen y en qué se diferencian?

El triángulo tiene tres lados, el cuadrado tiene cuatro lados y el rectángulo tiene cuatro lados. Las semejanzas entre las tres figuras es que tienen lados o aristas y vértices. Las diferencias entre las figuras es que el triángulo tiene tres lados y tres vértices, pero las demás tienen cuatro lados y cuatro vértices.

Fases para el tema: Triángulos. Nivel 2 (Abstracción)

Fase 1: Información

El maestro y los estudiantes van a discutir la siguiente pregunta: ¿Un triángulo puede agruparse en familias de acuerdo a sus características? Esto permite al maestro conocer cuánto saben los estudiantes acerca de los conceptos conjunto, lados y ángulos de un triángulo.

Duración: 5 minutos.

Fase 2: Orientación dirigida

El maestro les presenta a los estudiantes varios triángulos para que éstos puedan ser agrupados según sus características (lados y ángulos). El maestro las puede dibujar en la pizarra o puede traer una cartulina con las figuras ya dibujadas.

Duración: 5 minutos.

Fase 3: Explicación

El maestro les presenta a los estudiantes varios triángulos para que éstos puedan descifrar o señalar las características que pueden tener los triángulos, según las medidas de sus lados o ángulos. Para esto, el maestro puede dibujar triángulos en la pizarra o puede traer una cartulina con las figuras ya dibujadas.

Duración: 10 minutos.

Fase 4: Orientación libre

El maestro les presenta a los estudiantes varios triángulos y les pide a los estudiantes que señalen o indiquen si existe otra manera de clasificar los triángulos, que no sea por los criterios de lados o ángulos.

Duración: 10 a 15 minutos.

Fase 5: Integración

El estudiante realiza un resumen de todo el proceso por el cual pasó. Expresa en sus propias palabras qué aprendió del proceso (fases por las cuales pasó), especialmente de los conceptos de medida, agudo, equiángulo, recto, obtuso, escaleno, isósceles, equilátero.

Duración: 10 minutos.

Nombre del estudiante: _____

Fecha: _____

Actividad para el tema: Triángulos. Nivel 2 (Abstracción)

A) Clasifica el tipo de triángulo, de acuerdo a las medidas que tiene. Escribir agudo, recto, obtuso o equiángulo.

1) $60^\circ - 60^\circ - 60^\circ =$ _____

2) $100^\circ - 45^\circ - 35^\circ =$ _____

3) $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ =$ _____

4) $38^\circ - 56^\circ - 86^\circ =$ _____

5) $45^\circ - 45^\circ - 90^\circ =$ _____

6) $12^\circ - 24^\circ - 144^\circ =$ _____

7) $46^\circ - 64^\circ - 70^\circ =$ _____

8) $76^\circ - 65^\circ - 39^\circ =$ _____

9) $67^\circ - 52^\circ - 61^\circ =$ _____

10) $120^\circ - 29^\circ - 31^\circ =$ _____

B) Dibuja un triángulo que tenga las siguientes características:

11) Un triángulo que sea recto e isósceles.

12) Un triángulo que sea agudo y equilátero.

13) Un triángulo que sea obtuso y escaleno.

14) Un triángulo que sea recto y escaleno.

C) Contesta:

15) ¿Qué criterios se utilizan para clasificar los triángulos?

Nombre del estudiante: Clave

Fecha: _____

Actividad para el tema: Triángulos. Nivel 2 (Abstracción)

A) Clasifica el tipo de triángulo, de acuerdo a las medidas que tiene. Escribir agudo, recto, obtuso o equiángulo.

1) $60^\circ - 60^\circ - 60^\circ =$ agudo o equiángulo

2) $100^\circ - 45^\circ - 35^\circ =$ obtuso

3) $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ =$ recto

4) $38^\circ - 56^\circ - 86^\circ =$ agudo

5) $45^\circ - 45^\circ - 90^\circ =$ recto

6) $12^\circ - 24^\circ - 144^\circ =$ obtuso

7) $46^\circ - 64^\circ - 70^\circ =$ agudo

8) $76^\circ - 65^\circ - 39^\circ =$ agudo

9) $67^\circ - 52^\circ - 61^\circ =$ agudo

10) $120^\circ - 29^\circ - 31^\circ =$ obtuso

B) Dibuja un triángulo que tenga las siguientes características:

11) Un triángulo que sea recto e isósceles. Ej. Un triángulo $45^\circ - 45^\circ - 90^\circ$

12) Un triángulo que sea agudo y equilátero. Ej. Un triángulo $60^\circ - 60^\circ - 60^\circ$

13) Un triángulo que sea obtuso y escaleno. Ej. Cualquier triángulo que sea obtuso

14) Un triángulo que sea recto y escaleno. Ej. Un triángulo $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$

C) Contesta:

15) ¿Qué criterios se utilizan para clasificar los triángulos?

Los criterios para clasificar un triángulo son la medida de sus lados y la medida de sus ángulos.

Fases para el tema: Triángulos. Nivel 3 (Deducción formal)

Fase 1: Información

El maestro y los estudiantes van a discutir la siguiente pregunta: ¿La medida del ángulo de un triángulo puede calcularse o determinarse? Esto permite al maestro conocer cuánto saben los estudiantes acerca del concepto de teorema de la suma del triángulo.

Duración: 5 minutos.

Fase 2: Orientación dirigida

El maestro les presenta a los estudiantes varios triángulos con dos medidas angulares o una solamente para que éstos puedan indicar la medida de los ángulos. El maestro las puede dibujar en la pizarra o puede traer una cartulina con las figuras ya dibujadas.

Duración: 5 minutos.

Fase 3: Explicación

El maestro les presenta a los estudiantes varios ejemplos de triángulos para que éstos puedan calcular las medidas de los ángulos de un triángulo. Para esto, el maestro puede dibujar triángulos en la pizarra o puede traer una cartulina con las figuras ya dibujadas.

Duración: 10 minutos.

Fase 4: Orientación libre

El maestro les presenta a los estudiantes varios triángulos que incluyan extensiones de los lados que forman dichos triángulos y les pide a los estudiantes que calculen las medidas de los ángulos de los triángulos dados.

Duración: 10 a 15 minutos.

Fase 5: Integración

El estudiante realiza un resumen de todo el proceso por el cual pasó. Expresa en sus propias palabras qué aprendió del proceso (fases por las cuales pasó), especialmente de los conceptos de teorema, ángulos, ángulos exteriores y extensión de los lados del triángulo.

Duración: 10 minutos.

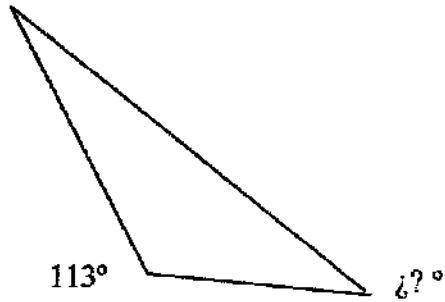
Nombre del estudiante: _____

Fecha: _____

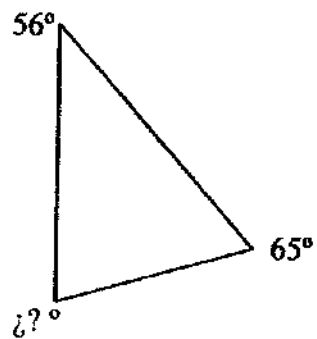
Actividad para el tema: Triángulos. Nivel 3 (Deducción formal)

A) Calcula la medida del tercer ángulo del triángulo. Los dibujos no están hechos a escala.

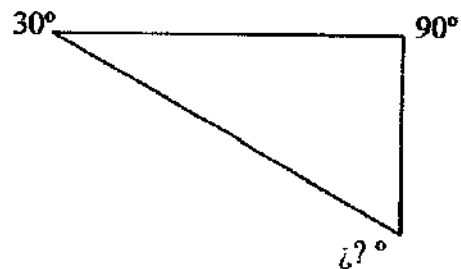
1) 23°



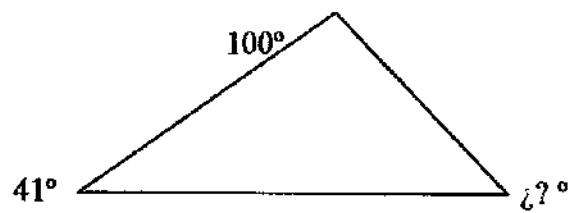
2)



3)



4)



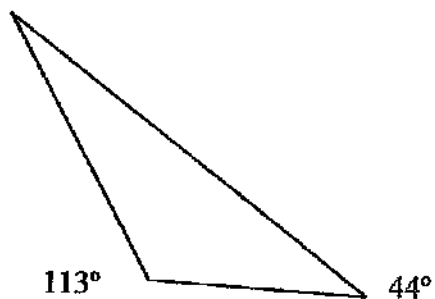
Nombre del estudiante: Clave

Fecha: _____

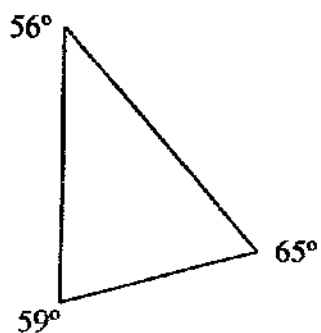
Actividad para el tema: Triángulos. Nivel 3 (Deducción formal)

A) Calcula la medida del tercer ángulo del triángulo. Los dibujos no están hechos a escala.

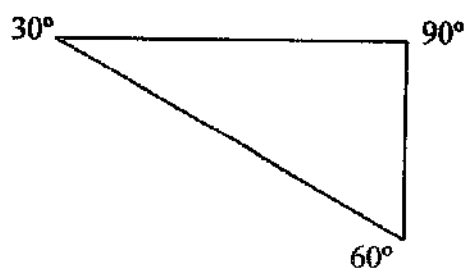
1) 23°



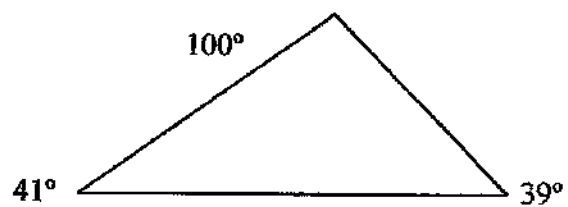
2)



3)



4)



Fases para el tema: Triángulos. Nivel 4 (Rigor matemático)

Fase 1: Información

El maestro y los estudiantes van a discutir las siguientes preguntas: ¿Qué es un complemento? ¿Qué es un suplemento? Esto permite al maestro conocer cuánto saben los estudiantes acerca de los conceptos ángulos complementarios y ángulos suplementarios.

Duración: 5 minutos.

Fase 2: Orientación dirigida

El maestro les presenta a los estudiantes varios triángulos con extensiones de sus lados. Estos deben tener dos medidas angulares o una solamente dentro del triángulo para que éstos puedan indicar el complemento o suplemento del ángulo. El maestro las puede dibujar en la pizarra o puede traer una cartulina con las figuras ya dibujadas.

Duración: 5 minutos.

Fase 3: Explicación

El maestro les presenta a los estudiantes varios ejemplos de triángulos con extensiones para que éstos puedan determinar el complemento o el suplemento de los ángulos de un triángulo, utilizando matemática mental. Para esto, el maestro puede dibujar triángulos en la pizarra o puede traer una cartulina con las figuras ya dibujadas.

Duración: 10 minutos.

Fase 4: Orientación libre

El maestro les presenta a los estudiantes varios triángulos que incluyan extensiones de los lados que forman dichos triángulos y les pide a los estudiantes que calculen las medidas de los ángulos complementarios o suplementarios en los triángulos dados, utilizando matemática mental.

Duración: 10 a 15 minutos.

Fase 5: Integración

El estudiante realiza un resumen de todo el proceso por el cual pasó. Expresa en sus propias palabras qué aprendió del proceso (fases por las cuales pasó), especialmente de los conceptos de ángulos complementarios y ángulos suplementarios.

Duración: 10 minutos.

Nombre del estudiante: _____

Fecha: _____

Actividad para el tema: Triángulos. Nivel 4 (Rigor)

A) Determina el **complemento** y **suplemento** para cada uno de los siguientes ángulos dados:

1) 42°	Complemento _____	Suplemento _____
2) 89°	Complemento _____	Suplemento _____
3) 67°	Complemento _____	Suplemento _____
4) 23°	Complemento _____	Suplemento _____
5) 15°	Complemento _____	Suplemento _____
6) 45°	Complemento _____	Suplemento _____
7) 34°	Complemento _____	Suplemento _____
8) 60°	Complemento _____	Suplemento _____
9) 8°	Complemento _____	Suplemento _____
10) 51°	Complemento _____	Suplemento _____
11) 90°	Complemento _____	Suplemento _____
12) 119°	Complemento _____	Suplemento _____
13) 30°	Complemento _____	Suplemento _____
14) 76°	Complemento _____	Suplemento _____
15) 104°	Complemento _____	Suplemento _____

Nombre del estudiante: Clave

Fecha: _____

Actividad para el tema: Triángulos. Nivel 4 (Rigor)

A) Determina el **complemento** y **suplemento** para cada uno de los siguientes ángulos dados:

1) 42°	Complemento <u>48°</u>	Suplemento <u>138°</u>
2) 89°	Complemento <u>1°</u>	Suplemento <u>91°</u>
3) 67°	Complemento <u>23°</u>	Suplemento <u>113°</u>
4) 23°	Complemento <u>67°</u>	Suplemento <u>157°</u>
5) 15°	Complemento <u>75°</u>	Suplemento <u>165°</u>
6) 45°	Complemento <u>45°</u>	Suplemento <u>135°</u>
7) 34°	Complemento <u>56°</u>	Suplemento <u>146°</u>
8) 60°	Complemento <u>30°</u>	Suplemento <u>120°</u>
9) 8°	Complemento <u>82°</u>	Suplemento <u>172°</u>
10) 51°	Complemento <u>39°</u>	Suplemento <u>129°</u>
11) 90°	Complemento <u>N/A</u>	Suplemento <u>90°</u>
12) 119°	Complemento <u>N/A</u>	Suplemento <u>61°</u>
13) 30°	Complemento <u>60°</u>	Suplemento <u>150°</u>
14) 76°	Complemento <u>14°</u>	Suplemento <u>104°</u>
15) 104°	Complemento <u>N/A</u>	Suplemento <u>76°</u>